

ADAM under figenbladet

et kig på en samfundsvidenskabelig matematisk model

Dræby, Claus; Hansen, Michael; Højgaard Jensen, Tomas

Publication date:
1995

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

Citation for published version (APA):
Dræby, C., Hansen, M., & Højgaard Jensen, T. (1995). *ADAM under figenbladet: et kig på en samfundsvidenskabelig matematisk model*. Roskilde Universitet. Tekster fra IMFUFA Nr. 299 <http://milne.ruc.dk/ImfufaTekster/>

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain.
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact rucforsk@kb.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

ADAM under figenbladet

**- et kig på en samfundsvidenskabelig
matematisk model**

Claus Dræby

Michael Hansen

Tomas Højgård Jensen

Et matematik modelprojekt

Vejleder: Jørgen Larsen

TEKSTER fra

IMFUFA

ROSKILDE UNIVERSITETSCENTER
INSTITUT FOR STUDIET AF MATEMATIK OG FYSIK SAMT DERES
FUNKTIONER I UNDERVISNING, FORSKNING OG ANVENDELSER

ADAM under figenbladet - et kig på en samfundsvidenskabelig matematisk model

Et matematisk modelprojekt

af: Claus Dræby, Michael Hansen, Tomas Højgård Jensen

Vejleder: Jørgen Larsen

IMFUFA tekst nr. 299/95

101 sider

ISSN 0106-6242

Abstract

Projektet analyserer den makroøkonomiske model ADAM fra en matematisk synsvinkel. Målet er at vurdere, om det ud fra et demokratisk ideal om størst mulig åbenhed og oplysthed omkring den politiske beslutningsproces er hensigtsmæssigt at benytte en matematisk model som ADAM i den offentlige debat. Vores vurdering bygger på to analyser af ADAM: En indre matematisk-statistisk analyse og en mere overordnet modelteoretisk analyse.

I projektet gennemgår vi opbygningen af en matematisk model, og kommer i tilknytning hertil med en række generelle overvejelser om naturen af forskellige matematiske modeller. Blandt andet diskuteres hvilken tiltro man kan have til modeller, afhængigt af om de er direkte afledte konsekvenser af en teori, eller alene baserede på empiriske data. Denne diskussion relateres til matematiske modellers brug i samfundsvidenskab. På baggrund af disse overvejelser og litteratur om emnet opstilles en række mulige motiver bag anvendelsen af en model som ADAM.

Desuden indeholder projektet en vurdering af det matematiske fundament for ADAMs ligninger, bl.a. indeholdende et overslag over størrelsen af de statistiske usikkerheder på modellens estimerede parametre, og betydningen af disse usikkerheder for modellens beregningsresultater. Denne analyse indbefatter en detaljeret gennemgang af ADAMs modellering af det danske arbejdsmarked.

Motiverne vurderes i forhold til det matematiske fundament, for at afdække hvilke af motiverne der kan siges at være realistiske. Konklusionen er, at ADAM har alvorlige problemer med den matematiske fundering, og at dette gør det specielt betænkeligt at den anvendes i den offentlige debat, hvor anvendelsen af matematik styrker mulighederne for manipulation og magtforvridning.

Indhold

1	Indledning	5
1.1	Problemfelt og afgrænsninger	6
1.2	Problemformulering	8
1.3	Hypoteser	8
1.3.1	Statistisk/matematisk hypotese	9
1.3.2	Model/teknologisk hypotese	10
1.4	Projektets opbygning	10
2	Om matematiske modeller	13
2.1	Modeller	13
2.1.1	En tilpasset fremstilling af virkeligheden	13
2.1.2	Modeller, teori og empiri	15
2.2	Matematiske modeller	16
2.2.1	Hvorfor matematiske modeller?	17
2.2.2	Opbygningen af en matematisk model	18
2.3	Matematiske modellers anvendelse i samfundsvidenskab	21
2.3.1	Samfundsvidenskab vs. de eksakte videnskaber	21
2.3.2	Modellers forskellige status	24
2.3.3	Økonomiske modeller	27

3	ADAM—en makroøkonometrisk model for Danmark	31
3.1	Den historiske baggrund	32
3.1.1	De første makroøkonometriske modeller	33
3.1.2	Haavelmos sandsynlighedsteoretiske revolution	34
3.1.3	Makroøkonometriske modeller i Danmark	36
3.2	ADAMs overordnede struktur	37
3.2.1	Opbygning	38
3.2.2	Ligningernes samspil	39
3.3	De enkelte ligninger i ADAM	41
3.3.1	Den metodiske tilgang	41
3.3.2	Håndteringen i ADAM	44
3.4	Arbejdsmarkedsmodellen i ADAM	45
3.4.1	Beskæftigelsen	45
3.4.2	Arbejdsudbuddet	48
3.4.3	Løndannelsen	50
4	Matematiske problemer i ADAM	53
4.1	Tilgængelighed	53
4.2	Grundlæggende matematiske problemer i ADAM	54
4.2.1	Eksistens og entydighed af løsninger	54
4.2.2	Valg af regressionsmodel	55
4.3	Statistisk usikkerhed på forudsigelser	58
4.3.1	Varians og den lineære regressionsmodel	58
4.3.2	Linearisering	59
4.3.3	Varians for endogene variable	60
4.4	Delkonklusion	65
5	En modelteoretisk analyse af ADAM	69
5.1	Opbygningen af modellen	70
5.2	Brugen af modellen	73
5.3	Delkonklusion	78

INDHOLD	3
----------------	----------

6 Diskussion og konklusion	81
-----------------------------------	-----------

6.1 Diskussion	81
--------------------------	----

6.2 Konklusion	88
--------------------------	----

6.3 Perspektivering	89
-------------------------------	----

A AREMOS udregninger	93
-----------------------------	-----------

Litteratur	97
-------------------	-----------

Kapitel 1

Indledning

Man hører det så tit. Både fra politikere eller andre offentligt fremtrædende personer, og fra aviser og TV. Præcise tal for konsekvenserne af et tænkt politisk indgreb, opgjort som ændringen i antallet af arbejdsløse, ændringen på betalingsbalancesaldoen, eller et andet af de såkaldte "økonomiske nøgletal", som vi efterhånden har lært at bekymre os for. Os danskere.

Men hvor kommer disse tal fra? Og hvordan er man kommet frem til dem? Der er oftest ingen ledsagende forklaring, eller angivelse af kilden til de magiske sammenhænge. Som regel er der heller ikke nogen der spørger. Offentligheden har åbenbart accepteret, at man kan omregne en stigning i CO_2 -afgiften eller et fald i momsen på serviceydelser til tabte og vundne arbejdspladser, for nu at nævne et par aktuelle eksempler. Og det er tilsyneladende overflødigt at hænge nogen eller noget op på ansvaret for de fremlagte tal.

Man kan forestille sig mange forskellige kilder. Det kan være finansministerens mere eller mindre velfunderede politiske dømmekraft eller en økonomiprofessors lærde afhandling, der er fremkommet med forudannelserne. Ingen af delene er imidlertid særlig sandsynligt. Hvis tallene udtaler sig om danske forhold, er der stor sandsynlighed for, at det er en *matematisk model*, der har regnet sig frem til et bud på de ønskede talværdier.

Det er brugen af en sådan matematisk model i forbindelse med den politiske beslutningsproces og offentlige meningsdannelse, der er det overordnede emne for dette projekt. Vi går senere i detaljer med, hvad vi forstår ved en matematisk model. Men før vi når så langt, vil vi indledningsvis gøre rede for, hvilke afgrænsninger vi har valgt eller af praktiske årsager været tvunget til at foretage, for at kunne arbejde med dette emne (afsnit 1.1). Desuden vil vi forsøge i ét enkelt spørgsmål at præcisere, hvad det er, vi gerne vil svare på (afsnit 1.2), hvad vi på forhånd har af forestillinger om sagen (afsnit 1.3),

samt hvordan vi rent praktisk har tænkt os at bearbejde problemstillingen (afsnit 1.4).

1.1 Problemfelt og afgrænsninger

Det eneste der har ligget fast allerede inden vi begyndte på dette projekt er, at det skulle handle om anvendelsen af matematiske modeller uden for matematikkens egen verden (se studieordning for matematik af 20. april 1993, side 3). Vores fælles indgang til denne fastlagte afgrænsning var, at vi ville arbejde med de matematiske modellers rolle indenfor et fagområde, der ikke altid aftvinger sig matematikkyndiges professionelle interesse: Økonomi. Dette valg af fagområde åbner—groft set—to muligheder. Man kan se på modeller, der forsøger at beskrive, hvordan den enkelte producent eller forbruger agerer i forhold til de økonomiske rammer, hun udsættes for; de såkaldte *mikroøkonomiske* modeller. Eller man kan vælge at betragte modeller, der ser det hele sådan lidt "fra oven", og forsøger at give en forenklet matematisk beskrivelse af det, der vurderes som de centrale økonomiske sammenhænge; såkaldte *makroøkonomiske* modeller. Vi har valgt den sidstnævnte af disse muligheder, primært fordi det er denne type af modeller, der mest direkte har betydning for en større del af befolkningen qua deres forømtalte politiske anvendelsesmuligheder. For yderligere at afgrænse problemstillingen, har vi valgt at koncentrere os om én bestemt makroøkonomisk model. Valget faldt på modellen ADAM (Annual Danish Aggregated Model). Den bruges af både finans- og økonomiministeriet, og af flere af de store interesseorganisationer, og er derfor den, der oftest via politikerne "citeres" i aviser og TV.

Selv efter at have valgt kun at se på én model, er der utroligt mange relevante kritiske tilgange. Det kunne selvfølgelig være både spændende og lærerigt at undersøge dem en ad gangen, efterhånden som man bliver opmærksom på dem. Jo flere tilgange man prøver at dække, jo mindre tid bliver der imidlertid til at undersøge hver enkelt. I den udvælgelse, der derfor er nødvendig, vælger vi at koncentrere os om at prøve at besvare spørgsmål, hvor vores matematiske baggrund kommer os til gode. Den sortering i emnerne, der følger heraf, er altså ikke nødvendigvis udtryk for en betydningsmæssig prioritering.

Der er sikkert mange tilgange, som vi af uvidenhed ubevidst forbigår, men blandt dem vi selv finder relevante, og alligevel undlader at give en grundig behandling, vil vi nævne følgende:

Rimeligheden af forudsætningerne: I opstillingen af en model som

ADAM ligger der en forudsætning om, at mennesker i deres økonomiske adfærd opfører sig på en forudsigelig måde, der kan beskrives ved en statistisk model. For at dette skal fungere, skal befolkningens økonomiske dispositioner kunne opfattes som stokastiske variable. Og hvis modellen skal være andet end en beskrivelse af fortiden og også bruges til at lave forudsigelser med, skal man endda kunne forvente, at de postulerede sammenhænge vedbliver at eksistere i fremtiden. Dette kunne give et projekt der beskæftigede sig med videnskabsteoretiske og filosofiske problemer om matematik og samfundsvidenskab.

Modellens økonomisk-teoretiske grundlag: Det kan også diskuteres, hvorvidt de teorier og antagelser, der ligger til grund for ADAM, er gode, eller om alternativer ville være at foretrække. Hvis man ikke er enig i modellens teoretiske fundament, vil man næppe tillægge dens beregningsresultater stor vægt. Dette kunne give et projekt med en økonomisk vinkel.

Den faktiske modelbrug: ADAM er et praktisk arbejdsredskab for en lang række politikere og embedsmænd, når de skal styre Danmarks økonomi. Lad os, uden i øvrigt at afgrænse gruppen nærmere, kalde disse mennesker for de *direkte modelbrugere*, og her over for med betegnelsen de *indirekte modelbrugere* referere til den langt større gruppe af mennesker, der kun stifter bekendtskab med ADAM qua dens rolle som leverandør af argumenter til brug i den offentlige debat. Der kunne komme et interessant politologisk projekt ud af at se på de direkte modelbrugeres faktiske anvendelse, for at vurdere hvor hæderligt dette bliver gjort.

Alternative makroøkonomiske modeller: Det kunne ydermere være interessant i en kritik af ADAM at kigge på, om der var andre makroøkonomiske modeller, der kunne løse opgaven anderledes. Målet med dette kunne være at finde en model, der var bedre end ADAM, eller at foreslå ændringer til ADAM.

Tilbage bliver så vores tilgang til problemet. Vi vil acceptere modellens antagelser om, at man kan beskrive økonomisk adfærd ved ligninger og tal, samt modelbyggernes valg af økonomiske teorier at bygge modellen op omkring. Uden at behandle den faktiske brug, vil vi antage, at hvis brugen af matematik i opbygningen af ADAM potentielt skaber problemer omkring anvendelsen af modellen, vil disse problemer også komme til udtryk i den faktiske modelanvendelse, i hvert fald hos de indirekte modelbrugere. Denne antagelse gør vi for at understrege, at vi anser det for et problem i sig selv,

hvis muligheden for fejlagtig modelanvendelse foreligger. Desuden vil vi ikke prøve at finde alternativer eller forbedre modellen, men i stedet analysere problemerne i modellen som den ser ud. Målet er altså at afdække problemer af matematisk karakter i ADAM, også problemer de indirekte brugere kan have med anvendelse af matematikken.

Med baggrund i disse overvejelser har vi formuleret følgende problem for projektet:

1.2 Problemformulering

Problemformulering: *Er det, vurderet ud fra en bred matematisk synsvinkel, fornuftigt at bruge beregninger foretaget v.h.a. den makroøkonomiske model ADAM som et led i den offentlige politiske debat i Danmark?*

Begrebsafklaring:

Bred matematisk synsvinkel: Både en traditionel matematisk analyse, og en mere didaktisk orienteret tilgang, der overvejer hvorvidt anvendelsen af matematik stiller sig i vejen for kritik af modellens beregningsresultater.

Fornuftigt: At ulemper ikke overskygger fordele set ud fra det demokratiske ideal, at alle vælgere skal have mulighed for at kunne tage stilling på et sagligt grundlag.

Beregning: Fremskrivninger foretaget for at vurdere effekterne af politiske indgreb—eller mangel på samme.

1.3 Hypoteser

Brugsværdien i en model som ADAM ligger primært i modellens forudsigelseskraft, og ikke til at skabe overblik over de anvendte økonomisk teoretiske sammenhænge. Vi mener imidlertid, at der er en række negative bivirkninger forbundet med brugen af ADAM, bivirkninger det er nødvendigt at søge nærmere belyst, for at kunne vurdere fornuften i brugen af den eftertragtede forudsigelseskraft.

Problemformuleringen bygger således bl.a. på vores mistanke om, at præcisionen ("sandhedsværdien") af konsekvensberegningerne fra en model som

ADAM er stærkt overvurderet. Derved får beregningerne en legitimitet, der påvirker den demokratisk politiske beslutningsproces urimeligt, dels til fordel for dem, der har adgang til og mestrer de praktiske modelberegninger, dels til fordel for dem, der er enige i de teoretiske nationaløkonomiske sammenhænge, der er indlagt i modellen.

Nogle af de ideer og fordomme, der således har ført frem til problemformuleringen, har vi i det følgende forsøgt at konkretisere i form af hypoteser. Det er herefter vores intention ved be- eller afkræftelse af de opstillede hypoteser at give et væsentligt bidrag til afklaring af problemformuleringen.

1.3.1 Statistisk/matematisk hypotese

Prognoser udarbejdet af regeringen (vha. ADAM) har det som bekendt med jævnlige fejl, hvilket giver anledning til en mistanke om stor modelusikkerhed.

Samtidig kan vi ikke mindes en regering—uanset politisk farve—der har været uenig med sine embedsmænd om konsekvenserne af forskellige finanspolitiske indgreb, hvilket giver anledning til en mistanke om, at ADAM ved passende justeringer stort set kan bringes til at konsekvensberegne efter ønske.

Disse mistanker har vi søgt at samle og konkretisere i den første hypotese med tilhørende delhypoteser (for nærmere forklaring på de statistiske og økonomiske begreber, der nævnes, henvises til de følgende kapitler):

Hypotese 1: Den statistiske usikkerhed forbundet med brugen af mange estimerede adfærdsligninger i en stor, uoverskuelig model som ADAM, giver de beregnede værdier for de centrale endogene variable en fejlmargin af en størrelsesorden, som kunne give en markant basis for ændret politisk stillingtagen.

- 1.1 Usikkerheden på centrale endogene variable i ADAM's arbejds-markedsmodel, alene stammende fra variansen på de estimerede parametre, er så stor, at ovennævnte problem optræder.
- 1.2 De estimationsmetoder, der benyttes ved bestemmelsen af ADAMs parametre, undervurderer usikkerheden, da disse metoder ikke tager hensyn til afgørende træk ved ADAM's opbygning og struktur.

1.3.2 Model/teknologisk hypotese

Politiske diskussioner i bredere fora er en nødvendig forudsætning for et vel-fungerende demokrati. Når diskussionen kommer til forskellige former for økonomiske styringer og reguleringer, opstår behovet for konsekvensvurderinger for at kvalificere og konkretisere diskussionen.

Ved brug af små og simple modelberegninger, kan den principielle diskussion føres frugtbart videre bl.a. omkring rimeligheden i den valgte models begrænsninger—og dermed om beregningernes anvendelighed under de givne forudsætninger.

Vi har mistanke om, at denne resultatvurdering i al væsentlighed udebliver, når det drejer sig om konsekvensberegninger fra en uoverskuelig model som ADAM, fordi diskussionsdeltagerne ikke har den nødvendige indsigt i økonomisk teori, statistiske metoder og modelteori.

Vi har også en mistanke om, at diskussionen let bliver præget af "talmagi" frem for at være holdningspræget.

Disse mistanker har vi søgt at konkretisere i den anden hypotese med tilhørende delhypoteser:

Hypotese 2: ADAM's opbygning som EDB-baseret matematisk model med dens størrelse og kompleksitet gør, at teorigrundlagets begrænsninger sløres. Denne opbygning gør endvidere en demokratisk stillingtagen til modellens fremskrivninger og konsekvensberegninger umulig.

2.1 Brugen af matematik i forbindelse med ADAM udgør et specielt problem, når det drejer sig om dens virke som redskab til at undersøge mulige handlinger, idet matematikken påvirker den politiske debat på centrale områder, der for mange mennesker ikke er erkendt.

2.2 Hovedparten af modelbrugerne har ikke de nødvendige teoretiske kvalifikationer til at vurdere validiteten af fremskrivninger og konsekvensberegninger foretaget med ADAM.

1.4 Projektets opbygning

Faget økonomi hører traditionelt til det samfundsvidenskabelige hovedområde. Når vi undersøger brugen af matematik, der er en af hjørnestenene

indenfor naturvidenskab, i en økonomisk model, får vi derfor indblik i to fag med meget forskellige arbejdsrutiner og videnskabelige traditioner. En sådan "udspændthed" mellem to hovedområder gør især metodiske diskussioner endnu mere påkrævet, end hvis tværfagligheden drejer sig om matematiske modellers brug i de øvrige eksakte videnskaber (her forstået som fysik, kemi og astronomi). De folk, der arbejder med disse fag, har i langt højere grad end økonomer samme faglige traditioner, som man finder i matematik, og der vil derfor typisk være færre metodiske forståelsesproblemer, end vi har oplevet under arbejdet med ADAM. Disse forhold var vi klar over, da vi valgte hvilken type af model, vi ville beskæftige os med. Det er derfor ikke overraskende, at den relativt store vægtning af metodiske problemer, der på baggrund af ovenstående virker naturlig i en undersøgelse af ADAM betragtet som matematisk model, også harmonerer med vores generelle interesse for emnet *metodiske problemer i.f.m. matematiske modeller og modellering*. Denne "samklang" har sat sit naturlige præg på vores arbejde, både hvad angår den tidsmæssige vægtning undervejs i forløbet, og hvad angår den færdige projektrapport, der herefter har følgende opbygning:

Kapitel 2 handler om matematiske modeller generelt betragtet. Først omtales et mere alment modelbegreb, så snævres synsfeltet ind til at se på begrundelser for at bruge matematiske modeller og opbygningen af en sådan model, og til sidst ser vi på matematiske modellers anvendelse i samfundsvidenskab, med en naturlig pejling mod brugen af sådanne modeller i økonomi. Kapitlet er skrevet uden speciel adresse til ADAM som specifik model. Den generelle fremstillingsform har vi valgt af to grunde; dels fordi vi her vil gøde jorden for en senere frugtbar diskussion af forholdene omkring ADAM, dels fordi dette kapitel gerne skulle kunne danne baggrund for diskussioner om matematiske modeller og modellering i andre sammenhænge.

I *kapitel 3* går vi til gengæld tæt på ADAM. Først ser vi på udvalgte dele af det historiske forløb, der er en del af baggrunden for ADAM's nuværende udseende og virke, som vi herefter omtaler med et naturligt fokus på de matematiske sider af sagen. Til sidst går vi ind i den del af modellen, der forsøger at beskrive det danske arbejdsmarkeds overordnede økonomiske struktur, for herigennem at illustrere, hvordan de enkelte ligninger i ADAM er bygget op.

Kapitel 4 og kapitel 5 indeholder vores analyse af ADAM. I *kapitel 4* undersøger vi hvilke indre matematiske problemer, der springer frem, når man "løfter figenbladet" på modellen: Dels ser vi på matematiske problemer af mere grundlæggende karakter, dels undersøger vi, hvilke usikkerheder modellens beregningsresultater kan behæftes med på baggrund af en rent statistisk analyse. På dette grundlag tager vi til sidst i kapitlet vores statistisk/matematiske hypotese op til fornyet overvejelse.

I *kapitel 5* analyserer vi ADAM's virke som matematisk model. Ud fra den tidligere gennemgang ser vi på, hvordan såvel opbygningen af modellen som brugen af den samlede model påvirkes af, at der undervejs i modelleringen er anvendt matematik. Dette sker med særligt sigte på, at ADAM's beregningsresultater bliver brugt i den politiske debat om samfundsøkonomiske forhold. Kapitlet afsluttes med en diskussion af vores model/teknologiske hypotese.

Kapitel 6 indeholder en samlet diskussion af de interessante forhold, der er kommet frem under analysen i de forrige kapitler. På basis af denne diskussion svarer vi i konklusionen på, i hvilken grad vi mener vores arbejde med ADAM har sat os i stand til at svare på problemformuleringen. I en afsluttende perspektivering kommer vi med vores bud på, hvad man kan gøre for at udbedre de fejl og mangler, vi har beskrevet tidligere i projektet.

Kapitel 2

Om matematiske modeller

I dette kapitel vil vi kigge nærmere på modelbegrebet. Efter en indkredsning af det generelle modelbegreb i afsnit 2.1 indsnævres feltet til at omhandle matematiske modeller i afsnit 2.2. I afsnit 2.3 indsnævres feltet yderligere til at omhandle samfundsvidenskabelige matematiske modeller, afsluttende med et naturligt fokus på makroøkonomiske matematiske modeller.

2.1 Modeller

Allerede fra barnsben er vi vænnet til brugen af *modeller* ved gennem leg at simulere og udforske verden omkring os. Tænk blot på dukkeverdenens og legetøjsbilernes mere eller mindre detaljerede efterligning af de voksnes verden. I modsætning til børns umiddelbare accept af stærkt forenklede fremstillinger af deres umiddelbare virkelighed, lærer vi senere i livet nødvendigheden af at forenkle problemstillinger. Og vi lærer at drage nytte af sammenligninger med tidligere problemstillinger. På denne måde kan vi måske opnå tilstrækkelig indsigt til at finde en løsning på et givet problem—vi laver en modelbetragtning. Det at lave betragtninger ved sammenligning med allerede kendte ting og metoder—*analogier*—har været brugt allerede fra de tidligste primitive kulturer (i ritualer og symboler), men modelbegrebet som abstrakt begreb dukker først op i det 19. århundrede [6].

2.1.1 En tilpasset fremstilling af virkeligheden

Vi vil i det følgende ved ordet *model* forstå *en ved analogi til formålet forenklet og tilpasset fremstilling af virkeligheden*.

Modeller er altså et hjælpemiddel til at sammenligne kendte og overskuelige objekter med mere ukendte eller uoverskuelige objekter, for derved at opnå en forståelse af det ukendte/uoverskuelige eller for at kunne sige noget om, hvordan objektet vil opføre sig under forskellige betingelser. Den forenkede og tilpassede fremstilling af virkeligheden er således et definerende træk ved modeller. På denne baggrund bliver valg eller konstruktion af en konkret model derfor helt afhængig af, hvilke kendte virkemidler det er nødvendigt eller ønskeligt at tage i brug under tilpasningsprocessen.

Nødvendige tilpasninger af virkeligheden kan ske helt bevidst som følge af praktiske begrænsninger i modelbyggerens arbejde. Ofte vil det dog også være tilfældet, at der som følge af mangelfuld indsigt, dels i den virkelighed, der skal modelleres, dels i de objekter, der bruges til modelleringen, sker en ubevidst bortskæring af dele af virkelighedens detaljerigdom.

Ønskede tilpasninger af virkeligheden sker selvsagt bevidst, og styrende for modelvalg eller -konstruktion indenfor denne ramme er selvfølgelig hvilken forståelse eller form for forudsigelse, der er det ønskelige ved at anvende modellen, samt i hvilken sammenhæng og for hvem modellen skal præsenteres. Der er for eksempel stor forskel på de krav, der må stilles til en skibsmodel alt efter om modellen skal bruges til at visualisere et skibsanpartsprojekt, til at planlægge skibets rørlægning eller til at foretage hydrodynamiske forsøg med. Tilpasninger under denne "kategori" kan ses som en konsekvens af en eller flere antagelser, modelbyggeren gør. Efter ide fra Alan Musgrave indleder Holcombe [31, pp. 14-] sådanne antagelser i tre kategorier, der på en overskuelig måde synliggør hvilke forskellige motiver, der kan ligge bag en given models eksponering af virkeligheden. *Negligerbarhedsantagelser* dækker som ordet siger antagelser om, at en eller flere detaljer i en konkret situation har så ringe betydning, at der med fordel kan ses bort fra den/dem for at undgå, at modellens kompleksitet vokser, og at modellen dermed bliver sværere at forstå. *Gyldighedsområdeantagelser* forklarer næsten sig selv. Kategorien dækker antagelser om, at en konkret model kun kan forventes at gengive virkeligheden med en vis nøjagtighed, såfremt visse forudsætninger er opfyldt. Endelig er *bevidst urealistiske antagelser* antagelser om, at visse tilpasninger med fordel kan benyttes for at øge forståelsen og anvendeligheden af modellen, forudsat at det urealistiske ved tilpasningen ikke indvirker negativt på modellens ønskede resultat.

Lad os illustrere betydningen af ovenstående begreber med et eksempel. Ved enhver fremstilling af kort (f.eks. landkort og søkort) laves en model over det geografiske område, kortet dækker. En nødvendig og helt bevidst tilpasning af den modellerede virkelighed er, at modellen ikke kan gengive virkeligheden i naturlig størrelse, og i de fleste tilfælde kun kan afbilde den tredimensionelle

virkelighed i papirets to dimensioner. Ubevidst bortskæring af måske betydningsfulde dele af virkeligheden kunne være hvis modelkonstruktøren følte sig bundet af papirets to dimensioner og ikke afbildede højdeforskelle, simpelthen fordi vedkommende ikke kendte til brugen af højdekurver. I andre situationer kunne manglende angivelse af højdeforskelle være sket på baggrund af en negligerbarhedsantagelse. Hvis der f.eks. er tale om et trafik kort, vil højdeforskelle for de fleste trafikanter spille en ubetydelig rolle for deres mulighed for at finde vej v.h.a. kortet. Hvis vi bliver ved trafik kortet, så er veje af forskellig størrelse ofte fremstillet som blå og røde streger. Man vil nok blive skuffet, hvis man giver sig til at lede efter en motorvej ved at kigge efter røde vejbaner, så det er en bevidst urealistisk tilpasning, hvor formålet er at bidrage positivt til det overblik, kortet gerne skulle give brugeren.

2.1.2 Modeller, teori og empiri

Når en model konstrueres, kan der som yderpunkter anvendes to forskellige tilgange.¹ Den ene er en ren empirisk tilgang, d.v.s. med udgangspunkt i faktisk foreliggende observationer. Eksemplet med fremstilling af et kort som model for et geografisk område er en sådan *empiribaseret model*. Her er det en landmålernes opgørelser, der ligger til grund for den fremstilling af virkeligheden, man som modelkonstruktør vælger at præsentere.

Ved den anden tilgang er byggestenene ved modelkonstruktionen den mængde teori, der er tilgængelig om, hvordan delene i det betragtede virkelighedsudsnit spiller sammen. Hvis dette er tilfældet, snakker vi om en *teoribaseret model*. Det er imidlertid vigtigt at holde sig for øje, at *en model og en teori er ikke blot to ord for den samme ting!* Det er trivielt, at det ikke er tilfældet for rene empiribaserede modeller, men så snart der i en modelleringsproces er tale om en eller anden grad af teoribasering, åbnes muligheden for sammenblanding af begreberne. Da det spiller en vigtig rolle for vurderingen af forskellige modeltyper, vil vi bruge lidt plads på, hvad vi vil forstå ved en teori, og hvordan sammenhængen mellem teori og model ser ud på denne baggrund.

En *teori* er ikke i sig selv en model, men en samling af viden om og begrundet tro på forskellige sammenhænge mellem delene i en generel klasse af fænomener, samt en påpegning af hvilke karakteristika der er væsentlige, og hvilke der er uvæsentlige. Teorier forklarer i sig selv ikke direkte noget om konkrete fænomener fra den virkelige verden. Men på basis af en teori, kan

¹Strukturen og eksemplerne i det følgende er inspireret af Randall Holcombes fremstilling [31, pp. 26-].

man udvikle en model der siger, at hvis visse startbetingelser er opfyldt, kan der drages konklusioner om forhold fra den virkelige verden. Når en teori ikke direkte forklarer noget om den virkelige verden, er det altså fordi, det er nødvendigt med antagelser om virkeligheden, for at få den til at passe ind i teoriens univers. Sådanne antagelser er som før nævnt en vigtig del af enhver modeldannelse, og udgør det for teoribaserede modeller nødvendige mørtel mellem de byggesten, teorien leverer.

Lad os se på endnu et eksempel, denne gang hentet fra fysikkens verden: Newton's klassiske teori om legemers bevægelse påstår, at i vakuum vil jordens tyngdekraft få faldende genstande til at accelerere med omtrent $9,82 \text{ m/s}^2$. En oftest praktisk dagligdags (og måske ubevidst) negligerbarhedsantagelse er at se bort fra kravet om vakuum. Det betyder, at hvis en ti tons lastbil og en ti kilo tung kanonkugle på samme tid blev sluppet fra samme højde, ville de ud fra en modelbetragtning på denne baggrund ramme jorden samtidigt. Pengestærke læsere villige til at prøve dette eksperiment vil finde påstanden bekræftet. Ud fra samme modelbetragtning må det så også betyde, at en lastbil og en fjer udsat for samme forsøg skulle ramme jorden samtidigt. Denne gang vil forsøgets gennemførelse vise, at lastbilen rammer jorden først.

Man kan lære to ting af dette eksempel. For det første, at for genstande med relativt lille overflade i forhold til deres vægt, som f.eks. lastbiler og kanonkugler, spiller luftmodstand en meget begrænset rolle. Man kan altså fuldt forsvarligt regne uden luftmodstand som en negligerbarhedsantagelse. Modsat vil en sådan antagelse gøre modellen ubrugelig til praktiske formål i tilfældet med fjeren. Simplificerende antagelser der er helt berettigede i nogle situationer, kan altså være upassende i andre. For det andet viser eksemplet, at i og med teorier ikke i sig selv siger noget direkte om konkrete fænomener fra den virkelige verden, kan man ikke teste teories validitet alene v.h.a. forsøg fra virkelighedens univers; hvis forsøget med lastbilen og kanonkuglen ses som en stadfæstelse af teorien, må forsøget med lastbilen og fjeren ses som en modsigelse. Det der testes, er en kombination af teorien og de ledsagende antagelser, altså den på teorien baserede model.

2.2 Matematiske modeller

I analogier kan anvendes konkrete ting som f.eks. skibsmodeller, abstrakte begreber som f.eks. computerprogrammer, eller blandinger som i f.eks. flysimulatorer. Specielt indenfor fysikken er der tidligt gjort brug af analogier til matematiske objekter.

Ved en *matematisk model* vil vi i god overensstemmelse med vores generelle modeldefinition forstå en *model*, der er beskrevet ved hjælp af matematikkens symboler og formalisme.

Matematiske modeller udgør således en ægte delmængde af den samlede mængde af modeller, en delmængde der i kraft af sin store anvendelighed finder stadig større udbredelse i flere og flere videnskabsgrene.

2.2.1 Hvorfor matematiske modeller?

I et forsøg på at give læseren et vist overblik, kan man nævne to overordnede grunde til, at matematikkens symboler og formalisme bringes ind i en modelleringsproces. Den ene er, at matematik er et "sprog", hvor de indgående udsagn enten allerede er eller nemt kan defineres klart. Dette giver enhver, der "snakker sproget", mulighed for at formulere sig klart og entydigt. Den anden grund er, at når teoridelene eller dataobservationerne, der ligger bag en given model, er beskrevet i matematiske formler, står et oftest omfattende og velbeskrevet beregnings- og analyseapparat fra matematikken til rådighed for "skrivebordsforsøg". Hvor det ikke er muligt f.eks. at løse ligningssystemer analytisk, er der udviklet edb-baserede numeriske metoder til forskellige typer beregninger. Modelforsøg med matematiske modeller er altså oftest langt mindre ressourcekrævende—og måske det eneste mulige—i forhold til forsøg med andre modeltyper.

W.H. Leatherdale [6, pp 54-] har givet en række begrundelser for at anvende modeller, herunder matematiske modeller, idet han henviser til deres positive og til dels nødvendige samspil med teorigrundlaget for at bringe videnskaben videre. Det følgende er enkelte uddrag herfra.

Skal en teori bruges til *forklaring*², er det nødvendigt med modelanvendelse bl.a. til synliggørelse af ikke-observerbare mekanismer ved hjælp af analogier (f.eks. den kinetiske gasteori, hvor sammenhængen mellem tryk, temperatur og rumfang af en indespærret gas forklares ved en "kuglemodel", hvor "kuglerne" med større eller mindre hastighed støder sammen med omgivelserne). Modelbetragtninger giver direkte *mening* til teoretiske vendinger og udsagn, der ellers ville være uden mening på grund af en sprogbrug, der er specielt konstrueret til den pågældende teori.

Anvendelse af modeller tilfører en teori langt større *forudsigelseskraft* end teoriens enkeltdele alene besidder. Modelanvendelse vil ofte samtidig afsløre

²Man kan diskutere, hvornår noget er en forklaring, og hvordan betydningen af ordet varierer. Dette lader vi imidlertid ligge her.

et eventuelt behov for udvidelse og videreudvikling af teorien, og øger således muligheden for en *teoriforbedring*. Endelig medvirker modeller til *forenkling*, idet de virker som et værktøj til at reducere den belyste del af fænomenernes ofte store kompleksitet til et håndtérbart niveau. Dette gælder specielt naturvidenskaberne, hvor den fremherskende forventning er, at naturlovene grundlæggende er simple.

Efter således at have kikket på en række gode argumenter for at anvende matematiske modeller, går vi over til at se på principperne for matematisk modelbygning.

2.2.2 Opbygningen af en matematisk model

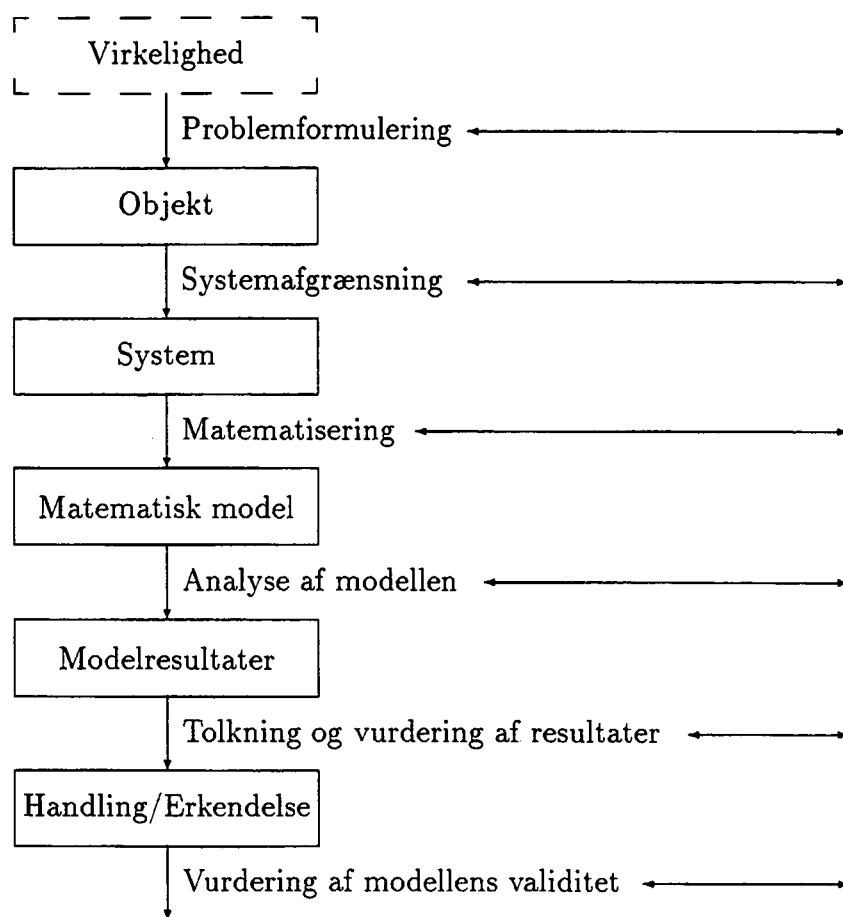
De mange forskellige trin, der indgår i opbygningen af en matematisk model, kan på forskellig vis opdeles i mere eller mindre detaljerede hovedgrupper. Der er dog nogle oplagte fælles hovedtræk, der da også går igen i vores kildemateriale, som f.eks. hos Moscardini og Cross [7]: Først er der tale om en analyse af det problem, der ønskes belyst; *problemanalysen*, så følger *modelleringen* og en undersøgelse af selve modellens egenskaber; *modelanalysen*. Herefter foretages de ønskede beregninger, d.v.s. *løsning af modellen*, og til slut vurderes modellens gyldighedsområde og anvendelighed; *validering af modellen*. Der vil typisk være tale om voksende forståelse og indsigt i løbet af processen, en indsigt der vil påvirke tidligere trin i processen. Der er således ikke tale om "et enkelt gennemløb" af de nævnte hovedgrupper, der er snarere tale om en vekselvirkning i en fremadskridende proces. Vi har i den følgende gennemgang valgt en opdeling, der er en kombination af elementer hentet fra såvel Morten Blomhøj [1] som Ole Skovsmose [8].

Som figur 2.1 antyder, er der også her tale om en løbende vekselvirkning og overlapning mellem de enkelte delprocesser. Her er altså mere tale om en abstrakt opdeling af de processer, der mere eller mindre bevidst er i spil ved en matematisk modellering, end der er tale om en kagebogsopskrift.

Ad Problemformulering: Ud fra modelbyggernes interesse og teoretiske forhåndsviden forstås og formuleres det relevante udsnit af virkeligheden, og det således subjektivt dannede problemfelt er derefter *objekt* for modelleringen.

Ad Systemafgrænsning: For at muliggøre en matematisk beskrivelse af det nævnte objekt, bliver virkelighedens vilkårlige kompleksitet beskåret, bevidst i form af en eller flere af de tidligere omtalte antagelser, hvis modelbyggerens forhåndsviden tillader dette, ubevidst hvis betydningen ikke er erkendt. Af denne teori- og til dels interessebaserede systemafgrænsning

Figur 2.1: Den matematiske modelleringsproces



fremkommer det *system*, der herefter modelleres. Denne systemafgrænsning adskiller en gang for alle modellen fra det virkelighedsudsnit, den kom fra. Ved en senere anvendelse af modellen, er denne adskillelse så vigtig at tage med i sin vurdering af resultaterne, at vi vil tage den op i en bredere sammenhæng i afsnit 2.3.

Ad Matematiseringen: Ved teoribaserede modeller kan den matematiske beskrivelse ofte tages direkte fra teorien, hvor det ved rene empiribaserede modeller er nødvendigt at antage mere eller mindre velbegrundede matematiske beskrivelser, og så tilpasse beskrivelsen til eksisterende data. Herved er vi nået frem til selve *modellen*. Matematiske vanskeligheder i beskrivelsen vil ofte føre til yderligere idealiseringer styret af modelbyggernes matematiske

færdigheder og intentioner med modellen, idealiseringer der virker tilbage på systembeskrivelsen. Der er altså heller ikke her et entydigt forhold mellem system og model.

Ad Analyse af modellen: Som tidligere nævnt er formålet med at formulere modellen i et matematisk sprog dels klarhed i udtryksformen, dels et ønske om at belyse det oprindelige problem ved en matematisk analyse. For simple systemer kan de opstillede ligninger måske løses analytisk, og modellens egenskaber er entydigt fastlagt. For mere komplekse systemer er det ofte nødvendigt med simuleringer på EDB ved hjælp af numeriske metoder. Her er der med større eller mindre overlap to forskellige analyse-ønsker:

- **Kvantitativ analyse** bygger ofte på ønsket om konsekvensberegninger af indgreb i systemet. Her må der stilles store krav til dokumentation af begyndelsesbetingelser, d.v.s. tydelig angivelse af de gjorte antagelser, samt hvilke usikkerheder der er forbundet med opgørelsen af de indgående talstørrelser.
- **Kvalitativ analyse** bygger på ønsket om indsigt i systemets dynamik og strukturelle sammenhænge.

Ved anvendelse af modellen følger herefter de ønskede *modelresultater*.

Ad Vurdering og fortolkning af modellens resultater: En vurdering indenfor modellens egne rammer vil f.eks. være at undersøge, med hvilken sikkerhed det er rimeligt at konkludere på baggrund af disse resultater. I praksis kan dette gøres ved at efterprøve, hvor følsomme modelresultaterne er overfor små ændringer i de indgående talstørrelser. Dette er selvsagt specielt vigtigt i.f.m. kvantitativ analyse. I øvrigt må resultaterne vurderes og fortolkes ud fra den eksisterende viden om det virkelighedsudsnit, system og model oprindeligt kom fra. Dette vil ofte føre til ændringer i en eller flere af modelbygningens delprocesser. Afhængigt af det oprindelige problem burde der således være skabt et forbedret grundlag for *erkendelse* eller *handling*.

Ad Vurdering af modellens validitet: En sådan vurdering må bygge på en kritisk analyse af hele modelleringsprocessen og sigte på at afklare modellens gyldighedsområde. Tilgængelig dokumentation for hele modelleringsprocessen er afgørende for udenforståendes mulighed for at vurdere validiteten, en vurdering der udover matematiske kundskaber i høj grad kræver viden om det berørte problemfelt, og viden om matematiske modelleringsprocesser generelt som den vi forsøger at give her.

2.3 Matematiske modellers anvendelse i samfundsvidenskab

For at få indblik i, hvordan matematiske modeller kan bruges og misbruges indenfor det samfundsvidenskabelige hovedområde, som økonomi er en del af, er det nyttigt generelt at sammenligne dette hovedområde med det naturvidenskabelige, mest illustrativt repræsenteret ved de eksakte videnskaber³. Her har brugen af matematiske modeller længe været en integreret del af selve forskningstraditionen, og de fleste mennesker kender—måske uden at vide det—adskillige eksempler, hvor dette udnyttes. Sammenligning med udgangspunktet for denne tradition er derfor en god baggrund at have, når vi efterfølgende skal argumentere for nogle begrænsninger, vi mener brugen af matematiske modeller i samfundsvidenskab er underlagt.

2.3.1 Samfundsvidenskab vs. de eksakte videnskaber

Grasa [29, p. 18-19] nævner tre punkter, hvor samfundsvidenskabelige fagområder er afgørende forskellige fra de eksakte videnskaber: Det materiale de studerer, deres metodologiske procedurer og det "produkt", de leverer.

Materialet

Samfundsvidenskab studerer, hvordan *mennesker* handler og agerer, og hvilke retningslinier, der gælder for det indbyrdes samspil mellem disse handlinger. De eksakte videnskaber studerer, hvordan *objekter uden egen vilje* opfører sig, og hvorfor. Det er oplagt, at det er to fundamentalt forskellige objekter.

For det første er der ikke to mennesker, der i alle henseender er ens (heldigvis, kunne man set ud fra en lidt bredere synsvinkel tilføje), og baggrunden for en række af de forskelle, man kan konstatere er tilstede, lader sig ikke umiddelbart observere, endsige kvantificere. Derfor kan man ikke eksplicit tage hensyn til disse individuelle forskelle mellem forskellige objekter i en eventuel modelleringsproces. Dette problem er langt mindre i de eksakte videnskaber. Enten kan man uden problemer anse de relevante objekter for homogene, som det er tilfældet med hhv. protoner og neutroner i kemi, eller også kan

³Her dækkende fagområderne matematik, fysik, kemi og astronomi. Fag som biologi og biokemi vil have mange af de samme karakteristika, men deres faglige profil er mere "sløret" end de eksakte videnskabers. Da vi ikke i denne sammenhæng interesserer os for forskellene i denne retning, vil vi derfor koncentrere os om at sammenligne med de fag, hvor kontrasten er størst

man ofte kompensere for eventuelle forskelle, enten ved direkte at indskrive forskellene i modellen, eller ved at lave klart afgrænsede gyldighedsområde-antagelser og bevidst brug af negligerbarhedsantagelser, jvnf. eksemplet med fjerer og kanonkuglen (side 16).

For det andet sætter det enkelte menneske i modsætning til objekter uden egen vilje sig subjektive mål, der indenfor en ramme af ydre afgrænsninger og påvirkninger er bestemmende for, hvilke handlinger man kan observere, og som samfundsvidenskabsmand lægge til grund for sine studier. Da sådanne subjektive mål bestandigt ændrer sig med tiden, er den enkeltes reaktion tidsafhængig på en ikke kontrollerbar måde, og man kan derfor heller ikke her forvente ensartet reaktion på ensartede påvirkninger [19, p. 56].

Metoden

Metodisk set er den første forskel mellem samfundsvidenskab og de eksakte videnskaber, som Grasa nævner (p. 18), at man i samfundsvidenskab normalt ikke kan udføre kontrollerede eksperimenter for at skaffe sig de ønskede data⁴. D.v.s. man kan ikke gennemføre det samme eksperiment to gange, og holde alle på nær et fastlagt antal ydre omstændigheder uændrede. Den samfundsvidenskabelige forsker observerer resultatet af samfundets "opførsel", men er normalt passiv både i genereringen og indsamlingen af de observerede data, der danner grundlaget for et forskningsprojekt. Han/hun er derfor afskåret fra at søge efter viden v.h.a. eksperimentel modelbygning.

At man ikke kan udføre kontrollerede eksperimenter i samfundsvidenskab skyldes bl.a., at i hvert fald tiden som betydende faktor altid vil have ændret sig, men også at mennesker i modsætning til objekter uden egen vilje ikke kan afgrænses til kun at være under indflydelse af et begrænset antal faktorer. Alt hvad et menneske overhovedet har oplevet kan tænkes at have indflydelse på dets handlinger, og fordi koblingen mellem oplevelser og handling sker inde i hovedet på folk, er det i sidste ende en subjektiv vurdering, hvilke oplevelser (påvirkninger) man i en given situation vælger at fremhæve som betydningsfulde, evt. ved at medtage dem i en modelleringsproces, og hvilke man ubevidst eller per antagelse vælger at negligere, jvnf. side 14.

Produktet

Det specielle datamateriale, som er til rådighed for samfundsvidenskaben, og den betydelige metodiske usikkerhed omkring omfanget af ukendte på-

⁴På dette punkt deler samfundsvidenskab skæbne med astronomi.

virksomheder mellem de indgående variable (som er en naturlig konsekvens af fraværet af kontrollerede eksperimenter) er baggrunden for den forskel i karakteren af ny viden, som leveres fra hhv. samfundsvidenskaberne og de eksakte videnskaber:

A last difference between social and natural sciences is that the social sciences do not yield the kind of knowledge of society that natural sciences possess vis-à-vis the natural world. The laws which govern the social sciences tend to be much more ambiguous, uncertain and inconclusive than the laws formulated in the natural sciences. The stochasticism, sometimes justified by the complexity of social relations, leads to a set of laws very different from the typical laws in physics, which are stated precisely and are quite free of ambiguity. [29, p. 19]

På baggrund af de nævnte forskelle, er det med vores udgangspunkt naturligt at undersøge, hvordan man i en konkret situation bedømmer en forelagt matematisk model; kan man lave en hensigtsmæssig gruppering alene på baggrund af det fag, modellen er knyttet til?

Til dette spørgsmål er svaret oplagt nej. Der er masser af matematiske modeller, der i en eller anden form har tilknytning til flere forskellige fag, hvilket umuliggør en sådan gruppering. Og selv i fagligt set "rene" modeller er der stor variation at spore. Tænk for eksempel på forskellen mellem en samfundsvidenskabelig model der udtrykker, at arbejdsgivere vil ansætte flere personer, hvis betalingen til den enkelte falder, og en ligeledes samfundsvidenskabelig model der siger, at mængden af udført sort arbejde falder, jo højere strafferammen for skattesnyd er. Den første model er blevet understøttet empirisk utallige gange, og anses af de fleste for at være en fornuftig beskrivelse af lønnens betydning for arbejdskraftefterspørgslen, mens en sådan bred accept ikke er gældende for den anden, bl.a. fordi sort arbejde kun vanskeligt kan gøres til genstand for en empirisk undersøgelse, hvorfor modellen langt fra udtrykker konsensus. Denne forskel på hvor troværdige modellerne anses for at være, ville gå tabt ved at skære alle modeller fra samme fagområde over én kam.

På trods af at en så simpel skelnen ikke giver mening, er der alligevel grund til at fremhæve fagenes forskellighed. Det skyldes, at mange har en opfattelse af, at brugen af matematiske modeller i de eksakte videnskaber er dækkende for al brug af sådanne modeller, og altså derved overser de nævnte forskelle.⁵

⁵Sandsynligvis fordi det er i fag som fysik og kemi at de fleste gennem deres skolegang for første og måske eneste gang kommer i direkte "berøring" med matematiske modeller.

Det er derfor hensigtsmæssigt at gøre opmærksom på, hvad det er for et karakteristisk træk ved mange modeller fra disse fag, der giver dem deres store troværdighed og autoritet. Dette karakteristika kan nemlig med god mening bruges til en grov sortering af forskellige matematiske modeller, både når modellerne stammer fra forskellige fagområder, og når det drejer sig om flere modeller fra samme fag.

2.3.2 Modellers forskellige status

Megen matematisk teori er udviklet ud fra behov i fysikken. Ved undersøgelsen af et eller andet fysisk objekts opførsel under givne omstændigheder, f.eks. månernes bevægelse om planeterne, eller manglende sammenhæng mellem forklaringerne på allerede kendte fænomener, f.eks. elektriske og magnetiske kræfter, har man som tidligere nævnt lavet analogier til matematiske objekter. Herefter har man med støtte i allerede eksisterende matematisk teori udviklet nye sammenhænge mellem de i de matematiske objekter indgående symboler, og det bidrag til den matematiske teori, der er resultatet af dette, har så v.h.a. analogierne givet brugbare svar på spørgsmålene fra fysikkens verden. I eksemplerne med himmellegemernes bevægelse og elektriske og magnetiske kræfter er dette tilfældet for h.h.v. Newtons gravitationslov og Maxwells ligninger. Det tætte fagsamarbejde mellem matematik og fysik har haft stor betydning for både matematikkens og fysikkens udvikling. Hvad der imidlertid er mere interessant i denne sammenhæng er, at samarbejdet betyder, at al etableret viden indenfor fysik er formuleret i matematiske modeller, og at størstedelen af disse modeller er bundet sammen med alle de andre matematiske modeller fra samme delområde af fysikken.

Det er en sådan kobling til en større teori v.h.a. matematikkens utvetydige formalisme, der giver mange matematiske modeller fra de eksakte videnskabsers verden deres høje status. Styrken ved en sådan kobling ligger i, at de(t) matematiske udsagn, der—sammen med et sæt antagelser—formulerer en given model, ikke blot er udviklet *på basis* af en teori, som det er tilfældet for teoribaserede modeller (se side 15), men som *logisk deduktion*⁶ fra en given teori. Modeller, der på en sådan måde optræder som en del af eller er udledt

Hvis modeller fra andre fag inddrages, sker det som regel som en del af matematikundervisningen. Da sigtet i disse tilfælde desværre er et andet end modelteoretiske overvejelser, er der tale om umiddelbart tilgængelige og uproblematisk modeller. Tænk for eksempel på de økonomiske modeller, der optræder i "købmandsregning".

⁶Deduktion betyder 'slutningsmåde' hvorved man går fra det almene til det specielle'. Logisk deduktion v.h.a. en teori betyder derfor, at man med støtte i logiske ræsonnementer gør teoriens almene påstande gældende i mere specielle tilfælde.

fra et bredere funderet matematisk formuleret teorikompleks, vil vi betegne *teoriafledte modeller*. Som komplementærmængden til denne klasse af modeller vil vi med betegnelsen *ad-hoc modeller* referere til enten teoribaserede modeller, der ikke har den anførte deduktive binding, eller rene empiribaserede modeller.⁷

Det er deres status af teoriafledte modeller, vi ovenfor refererede til med omtalen af et afgørende karakteristika ved mange modeller fra de eksakte videnskaber. Hvis en teoretisk påstand, f.eks. et sæt af matematiske ligninger P , logisk deduktivt bygger på et større teorikompleks, f.eks. et andet sæt af matematiske ligninger T , betyder det nemlig sprogligt udtrykt, at det større teorikompleks nødvendigvis medfører den teoretiske påstand, og altså kun kan være gældende sammen med denne påstand (om det deducerede udsagn faktisk er formuleret er altså ikke afgørende for dets gyldighed). Hvis den teoretiske påstand menes at være forkert, følger det derfor af den logiske deduktion, at den resterende del af komplekset "rives med i faldet".⁸ Via deres teoritilknytning støtter teoriafledte modeller sig altså til den erfaringsopsamling, der ligger gemt i det større bagvedliggende teorikompleks. Der står derfor mere end det umiddelbart synlige på spil, hvis man forkaster en sådan model. Hvor meget teoritilknytningen spiller ind på bedømmelsen af en konkret model afhænger selvfølgelig af, hvor stor tiltro man har til det initierende teorikompleks. At Newtons førnævnte gravitationsmodel tillægges en så høj grad af troværdighed, som den gør, skyldes således en kombination af, at den er *teoriafledt*, og at det modelkompleks, den er en del af, klassisk mekanik, har vist så stor forklaringskraft, at det efterhånden har fået status af lov.

Selv i situationer, hvor modelkomplekset har langt mindre autoritet end i dette eksempel, ja faktisk helt uafhængigt af kompleksets status, har teoriafledte modeller et fortrin: De kan underlægges både teoretisk og empirisk kontrol (d.v.s. konfrontation med observerede data) i modsætning til ad-hoc modeller, der kun kan kontrolleres empirisk. Den teoretiske kontrol kan bruges på to måder. For det første kan man vurdere betydningen af de simplificerende antagelser, man gør, ved at deducere sig frem til en ny og mere kompleks model uden disse antagelser, og så afveje betydningen mod den øgede kompleksitet. Denne mulighed gør uvilkårligt teoriafledte modeller mere fleksible i brug end ad-hoc modeller ([5, pp. 79] og [3, p. 20]). For det andet kan man undersøge, om den logiske deduktion rent faktisk kan gennemføres, d.v.s. om der er nødvendige teoretiske antagelser, som ikke er

⁷Ideen til denne skelnen er taget fra Jens Højgaard Jensen [5, p. 79]. Hans navngivning er lidt anderledes end vores, men pointen er den samme.

⁸Udtrykt v.h.a. klassisk logik følger det af at $(T \Rightarrow P) \wedge \neg P \vdash \neg T$

med i deduktionsgrundlaget, eller om den matematiske formalisme er brugt forkert undervejs. Der åbnes altså en ekstra mulighed for at undersøge, om modellens udseende er rimeligt, udgangspunktet taget i betragtning. Det vigtige ved denne mulighed er ikke primært, at modellen nu kan undersøges på flere niveauer, men at det nu bliver langt mere åbent, hvem der kan deltage i vurderingen af modellens validitet, jvnf. afsnit 2.2.2:

Empirisk kontrol af ad-hoc matematiske modeller kræver adgang til data. Og denne adgang kan f.eks. monopoliseres af dem, der har råd til at indsamle dem. Især i disse EDB-tider, hvor der ofte opereres med meget store datamængder. [...] Teoretisk kontrol af teoribaserede [hvad vi kalder teoriafledte] matematiske modeller kræver indsigt i teori. Denne indsigt er normalt forbeholdt særlige eksperter i kraft af deres uddannelse. Men uden stavnsbånd er det trods alt svært at forhindre, at nogen af de særligt uddannede kan optræde som modeksperter. Teoribaserede [teoriafledte] matematiske modeller er derfor alt andet lige mere tilgængelige for offentlig kritik end ad-hoc matematiske modeller. [5, p. 81]

Den øgede mulighed for udefra kommende kritik kan tænkes at mindske manipulerende og uhæderlig brug af en teoriafledt model, alene fordi muligheden for at blive kigget efter i sømmene gør et sådant misbrug mere risikabelt. Dette forhold kan gøre, at også folk, der ikke selv er i besiddelse af den nødvendige teoretiske viden, kan have nytte af at kunne skelne mellem de forskellige modeltyper.

Der er dog også en fare ved at introducere en grov skelnen mellem teoriafledte og ad-hoc modeller. Det kan nemlig nemt få nogle til at overfortolke betydningen og sidde tilbage med den tommelfingerregel, at teoriafledte modeller er fuldt pålidelige i alle situationer, og derfor altid at foretrække, mens ad-hoc modeller konsekvent er utilregnelige og bør forsages i enhver sammenhæng. Og dette er på ingen måde tilfældet! For blot at nævne ét falsificerende eksempel kan vi minde om en togkøreplans fortræffeligheder som model for togtørslen i et givet område og tidsrum.⁹ Det er en udpræget ad-hoc model, lavet på baggrund af hvad det i situationen er folk er interesserede i at vide om togtørslen, med tid og sted som det væsentligste. Ad-hoc karakteren gør, at modellen vil være direkte misvisende efter gyldighedsperiodens udløb, men

⁹Husk, at hvis toget ikke kommer på det tidspunkt, der står i køreplanen, er det en fejl i togdriften, ikke i køreplanen. Hvis dette glemmes, er eksemplet meget lidt pædagogisk valgt!

da denne altid står tydeligt påskrevet, d.v.s. "dokumentationen" er i orden, er det sjældent noget stort problem. I forhold til denne kendte model er der nok ikke mange der ville foretrække et lidt søgt teoriafledt alternativ: Angivelse af togenes startsted og -tid, afstanden mellem og længden af opholdet ved de enkelte stationer og togets acceleration og maksimale hastighed, ledsaget af en negligerbarhedsantagelse om at alle andre faktuelle forhold kun har ubetydelig indflydelse på togenes ankomsttider, som man på denne baggrund kunne deducere sig frem til. Den nævnte faldgrube i.f.m. modellers status er så væsentlig, at den er værd at fremhæve:

Ad-hoc modeller kan være lige så anvendelige som teoriafledte. Klassifikationen er ikke et kvalitetsstempel, men en angivelse af større eller mindre fleksibilitet og mulighed for kritik og kontrol fra udefra kommende.

Man kan altså desværre ikke slippe uden om at skulle vurdere separat i hvert enkelt tilfælde, hvilken troværdighed det er rimeligt at tilskrive en forelagt model. Men opmærksomhed omkring modellers forskellige status kan gøre denne vurdering nemmere, og måske endda være med til at understrege, at den ideelle model eller modeltype til alle formål ikke findes (se evt. [3, pp. 20-], [31, p. 13-14 & 19] og [5, pp. 75-]).

2.3.3 Økonomiske modeller

Der findes delområder indenfor den økonomiske videnskab, hvor modeldannelsen sker logisk deduktivt. Specielt indenfor mikroøkonomien, der beskriver den enkelte forbruger eller producents adfærd under givne betingelser, er der en selvstændig forskningsretning, der bygger sine teorier op fra en række matematisk formulerede grundantagelser om h.h.v. forbruger og producent. Meget betegnende kaldes retningen aksiomatisk mikroteori. På baggrund af de førnævnte særkender ved mennesket som objekt, må der selvsagt være tale om grove og urealistiske generaliseringer, men til gengæld for dette får man altså fordel af at arbejde med teoriafledte modeller. Diskussionen om, hvorvidt den eksisterende afvejning af disse to hensyn er fornuftig, lader vi her ligge.

I stedet vender vi fra nu af blikket mod det delområde af den økonomiske videnskab, der kaldes *makroøkonomi*. Her er ideen populært sagt at "se det hele sådan lidt fra oven", og forsøge at give en forenklet beskrivelse af hvad der vurderes som de centrale økonomiske sammenhænge. Hvis man bruger de introducerede begreber på en række matematisk formulerede modeller fra denne verden, vil man sandsynligvis opleve, at så godt som ingen er *teoriafledte*, mens så godt som alle er *teoribaserede*.

Det første skyldes, at de fleste matematisk formulerede makroøkonomiske modeller har et beskrivende snarere end et forklarende sigte. Modelbygningen tager derfor, på trods af ofte fremførte påstande om det modsatte, i praksis udgangspunkt i empiriske observationer, som baggrund for formuleringen af de enkelte ligninger. Herefter består opgaven i at sikre sig, at ligningerne er indbyrdes konsistente, for at den samlede model kan bruges som en generel beskrivelse af (delområder af) den økonomiske virkelighed. Altså snarere induktiv¹⁰ end deduktiv ræsonneren. Økonomi er, når det kommer til stykket, en empirisk videnskab [31, pp. 31-].

At så godt som alle modellerne alligevel er teoribaserede, skyldes fraværet af kontrollerede eksperimenter. Dette giver, som tidligere nævnt, valget af hvilke variable, man tager med i en given beskrivelse, et uomgængeligt subjektivt præg. For at beholde sin status af videnskabeligt arbejde er det derfor nødvendigt at modellerne har teoretisk støtte, så man ærligt i form af ledsagende antagelser kan synliggøre for modellens brugere, hvilke betingelser der kræves opfyldt, for at modellen er rimelig at bruge. Modeller uden teoretisk støtte regnes i økonomi for uacceptable [31, p. 34]. Denne holdning sætter sit naturlige og sunde præg på de diskussioner, der føres blandt økonomer:

The planets Neptune and Pluto were both discovered because the other outer planets were not moving exactly as predicted theoretically. The anomalous movements were not taken as a refutation of the theory, but instead were taken as an indication that all of the assumptions of the theory were not being met. This happens frequently in economics as well. Evidence that seems to contradict a theory will be taken by the theory's supporters as an indication that the assumptions about the real world were not met rather than as an indication of a faulty theory. [31, p. 27]

Den teori, der henvises til i astronomi-eksemplet, er Newtons gravitationslov, der tidligere er nævnt som eksempel på en teoriaffedt model baseret på den klassiske mekanik. Det vil derfor være hele dette teorikompleks, der er på spil, hvis man lader de konstaterede afvigelser anfægte teorien. Ikke at sådanne store omvæltninger aldrig finder sted, det kopernikanske verdensbillede har jo f.eks. selv erstattet det tidligere hug- og stikfaste ptolemæiske, men i langt de fleste tilfælde vil det være antagelserne, der er til diskussion. I modsætning hertil vil det i økonomi være genstand for løbende debat, hvorvidt man

¹⁰Tænkemåde der går fra enkelttilfælde til regel.

anfægter teorien eller antagelserne, og da det kan siges at være den økonomiske videnskabs hovedformål at støbe argumenter til sådanne diskussioner, tjener den teoribaserede matematiske modeldannelse et vigtigt formål: Matematikkens utvetydige sprogbrug og formalisme "tvinger" alle diskuterende parter til at eksplicitere strukturen i deres argumentation¹¹.

Pointen, der gerne skulle hænge ved efter gennemgangen her, er hverken at matematiske modeller i økonomi er udtryk for den højest opnåelige sandhed, og derfor for enhver pris bør tages i anvendelse, eller at matematiske modeller forpester den økonomiske videnskab, og derfor i enhver sammenhæng bør forsages. Tværtimod skulle det gerne stå klart, at det fornuftige i at bruge en given matematisk model helt afhænger af den konkrete situation, og at enhver modelfremstilling derfor altid bør ledsages af en sådan vurdering af modellens validitet. De specielle forhold den økonomiske videnskab er underlagt, gør et sådant arbejde ekstra påkrævet.

¹¹En af den økonomiske videnskabs helt store tænkere, John Maynard Keynes, formulerede det allerede i 1938 således:

Economics is a science of thinking in terms of models joined to the art of choosing models which are relevant to the contemporary world. It is compelled to be this, because, unlike the typical natural science, the material to which it is applied is, into many respects, not homogeneous through time. The object of a model is to segregate the semi-permanent or relatively constant factors from those which are transitory or fluctuating so as to develop a logical way of thinking about the latter, and of understanding the time sequences to which they give rise in particular cases. [16, p. 301]

Kapitel 3

ADAM—en makroøkonometrisk model for Danmark

Efter i det foregående kapitel at have gødet jorden for en frugtbar diskussion af ADAM's overordnede funktion og virkemåde betragtet som matematisk model, forsøger vi i dette og det næste kapitel at kigge indenfor i selve modellen. I afsnit 3.1 vil vi i grove træk gennemgå, hvilket fundament ADAM historisk set hviler på. Dernæst vil vi dels beskrive, hvad ADAM helt konkret er for en størrelse, samt af hvem og hvordan den bruges (afsnit 3.2), dels forklare, hvordan de enkelte ligninger i modellen bliver til (afsnit 3.3 og 3.4). Det sidste vil vi gøre ved grundigt at gennemgå de mest centrale af slagsen i den del af ADAM, der beskriver arbejdsmarkedet.

Før vi begynder på den historiske gennemgang, er det dog hensigtsmæssigt at klassificere ADAM som model yderligere, end det allerede er gjort i kapitel et og to. Udover at være en makroøkonomisk model (se side 6), tilhører ADAM også den delmængde heraf, der betegnes makroøkonometriske modeller. Ordet *økonometri* kan rent sprogligt oversættes til noget i retning af 'måling i økonomi'. Den praktiske brug af begrebet dækker dog over den gren af den økonomiske videnskab, der v.h.a. matematiske og statistiske metoder søger at finde funktionelle sammenhænge mellem økonomiske fænomener. En *økonometrisk model* kan derfor naturligt defineres som en matematisk model indeholdende konstanter (parametre), hvis talværdi er bestemt ved hjælp af statistiske metoder anvendt på en række sammenhørende økonomiske data. Samhørigheden indenfor det enkelte datasæt kan bestå i, at den enkelte økonomiske størrelse er opgjort flere forskellige steder, eller—som det

er tilfældet med ADAM—på flere forskellige tidspunkter; såkaldte *tidsrækker*. Nu er en *makroøkonometrisk model* trivielt en økonometrisk model, der beskriver samspillet mellem makroøkonomiske størrelser [38, p. 13]. Hvilke statistiske metoder, der konkret er tale om i ADAM's tilfælde, er hovedindholdet i afsnit 3.3. Først vil vi imidlertid punktvis hoppe tilbage i historien bag vores nu tilpas lille og velafgrænsede klasse af modeller.

3.1 Den historiske baggrund

Økonometri opstod som en selvstændig videnskabelig aktivitet i begyndelsen af dette århundrede. Der var langt fra tale om en isoleret udvikling; udviklingen skete parallelt med fremkomsten af biometri ('måling i biologi') og psykometri ('måling i psykologi'), og alt sammen var en konsekvens af en generelt voksende brug af statistik i det videnskabelige arbejde. Indenfor nogle områder blev disse "nye" værktøjer brugt til at opgøre nogle ønskede størrelser talmæssigt og beskrive de fremkomne data på en overskuelig måde. Andre steder blev de brugt til at sammenfatte informationsindholdet i ellers uoverskuelige datamængder, og nogle fagområder brugte de nye ideer til egentlig teoriudvikling [34, Introduction].

Blandt datidens økonomer var der bred enighed om, at man ikke kunne fortolke økonomiske variable som udfald af en sandsynlighedsfordeling. For når man målte den samme størrelse på flere forskellige tidspunkter, var der jo ikke tale om tilfældige uafhængige stikprøver fra en og samme sandsynlighedsfordeling. Så hvorledes skulle man kunne betragte sandsynligheden som den relative hyppighed i det lange løb? Det virker fra vores kilder som om man deraf drog den konklusion, at hvis man overhovedet skulle arbejde med et sandsynlighedsbegreb i økonomi, måtte dette have en anden karakter.

Lige så fornægtende man blandt økonomer i første del af dette århundrede var over for at acceptere et matematisk sandsynlighedsbegreb som en del af den økonometriske værktøjskasse, lige så begejstret var man over de muligheder, man mente brugen af statistiske metoder i økonomi rummede. Førhen havde man sat sin lid til kloge mænds generaliseren ud fra deres opfattelse af verden. I forhold til denne metode kunne den afgrænsede udgave af økonometri åbne op for et kreativt samspil mellem teori og vished, der kunne bringe den økonomiske videnskab langt videre [34, p. 1].

I stærk kontrast til den ydmyge holdning til sandsynlighedslignende udsagn mente datidens økonometrikere, at økonomi som videnskab frembragte resultater med samme endegyldige status som f.eks. Newtons love. Det praktiske

arbejde delte sig på denne baggrund i to typer. Den første drejede sig om arbejdet med de lovmæssigheder, der allerede var veldefinerede og generelt accepterede. Et relevant eksempel er teorien om, at efterspørgslen efter en vare falder, hvis prisen på varen stiger. I disse tilfælde bestod opgaven i at fastlægge værdien af de konstanter, der beskriver sammenhængen mellem de indgående variable. Den anden type af det økonometriske håndværk bestod i at søge efter nye lovmæssigheder blandt indsamlede dataserier, typisk tidsrækker. Et relevant eksempel på dette er arbejdet med at forklare de internationale konjunktursvingninger, der gjorde (og stadig gør) livet surt for enhver økonomisk orienteret politiker [34, p. 229-30].

3.1.1 De første makroøkonometriske modeller

Den mest fremtrædende af de økonometrikere, der arbejdede med at forklare konjunktursvingningerne, hedder *Jan Tinbergen* (1903–). Med det, der af mange regnes for *den første makroøkonometriske model* forsøgte han i 1936 at beskrive den hollandske økonomi ved hjælp af 22 ligninger og 31 variable. Af de 22 ligninger var de 16 fundet enkeltvis på baggrund af økonometrisk analyse med de indgående variable opgjort i perioden 1923–35 som datagrundlag [34, p. 104].

Set fra vores synspunkt var det nye ikke det, at Tinbergen udformede en matematisk model til beskrivelse af økonomiske sammenhænge. De enkeltstående ligninger, der var resultatet af den tidligere økonometriforskning, var med vores forståelse af begrebet (se afsnit 2.2) også matematiske modeller. Nyt var derimod, at Tinbergen i en og samme model v.h.a. økonometriske metoder forsøgte at beskrive et helt lands økonomi. Modellen var eksplicit rettet mod økonomisk-politisk analyse og ikke mod økonomisk teoriudvikling, og udgør derfor startskuddet til den økonometriske arbejdsstradition, der nu er den dominerende, og som også ADAM er en del af [30, p. 189].

En anden ting ved Tinbergens arbejde, der virkelig var nytænkende i.f.t. datidens økonometriske praksis, var hans interesse for metodiske spørgsmål. Under arbejdet med modellerne diskuterede han sideløbende sin egen metode, og gjorde omhyggeligt rede for, hvordan hans arbejde som "håndværker" foregik [34, p. 104]. Det var ifølge Tinbergen et samspil mellem økonomisk rationaliseren og statistisk kontrolarbejde, men med en—i hvert fald i teorien—klart adskilt "rollefordeling":

The part which the statistician can play in this process of analysis must not be misunderstood. The theories which he submits

to examination are handed over to him by the economist, and with the economist the responsibility for them must remain; for no statistical test can prove a theory to be correct. It can, indeed, prove that theory to be incorrect, or at least incomplete, by showing that it does not cover a particular set of facts. But, even if one theory appears to be in accordance with the facts, it is still possible that there is another theory, also in accordance with the facts, which is the 'true' one, as may be shown by new facts or further theoretical investigation. Thus the sense in which the statistician can provide 'verification' of a theory is a limited one. Tinbergen i [34, p. 109]

Det er altså afgørende, at de variable, der tænkes at forklare en given sammenhæng, er givet *a priori*. Med vores terminologi forlanger Tinbergen, at de økonometriske modeller skal være teoribaserede. Denne diskussion af de økonometriske modellers status har med vekslende intensitet raset lige siden Tinbergens pionerarbejde. Specielt er hans diskussioner med J. M. Keynes berømte (se f.eks. [26], [15], [22] og [47]).

3.1.2 Haavelmos sandsynlighedsteoretiske revolution

Kort efter fremkomsten af Tinbergens første modeller, blev den økonometriske praksis og teorien bag endnu engang revolutioneret. Det skete med offentliggørelsen af den norske økonom Trygve Haavelmos (1911–) artikel *'The Probability Approach in Econometrics'* i 1944. Her gør Haavelmo opmærksom på det paradoks, der ligger i at bruge statistiske metoder og samtidig fornægte brugen af et matematisk sandsynlighedsbegreb [34, p. 229]. Argumentet er som følger: I opstillingen af de økonometriske modeller, små som store, gør man heftigt brug af forskellige typer statistisk værktøj, både i forsøget på at bestemme de indgående konstanter og ved vurderingen af, om den modelmæssige sammenhæng stemmer godt overens med de observerede data. Disse redskaber er udviklet til brug i andre videnskaber, hvor de observerede data betragtes som tilfældigt valgt og indbyrdes uafhængige, og disse antagelser er—og det er pointen—det *teoretiske grundlag* for udviklingen af det statistiske værktøj. Ved at 'adoptere' de statistiske metoder uden at tage et matematisk sandsynlighedsbegreb med, får man derfor billedlig talt en frit svævende teori uden reel mening [34, p. 242-43].

Stillet overfor et sådant paradoks kan man vælge et af to; enten også at forkaste brugen af statistiske metoder i økonomi, og dermed lukke den økonometriske virksomhed, eller at acceptere at et matematisk sandsynlighedsbegreb

er relevant for den økonomiske videnskab. I artiklen fra 1944 argumenterede Haavelmo for den sidste mulighed ud fra følgende grundsynspunkt:

The reluctance among economists to accept probability models as a basis for economic research has, it seems, been founded upon a very narrow concept of probability and random variables. Probability schemes, it is held, apply only to such phenomena as lottery drawings, or, at best, to those series of observations where each observation may be considered as an independent drawing from one and the same 'population'. From this point of view it has been argued, e.g., that most economic time series do not conform well to any probability model, 'because the successive observations are not independent'. But it is not necessary that the observations should be independent and that they should all follow the same one-dimensional probability law. It is sufficient to assume that the whole set of, say n , observations may be considered as one observation of n variables (or a 'sample point') following an n -dimensional joint probability law, the 'existence' of which may be purely hypothetical. Then, one can test hypotheses regarding this joint probability law, and draw inference as to its possible form, by means of one sample point (in n dimensions). Haavelmo i [34, p. 243]

Med denne tilgang mente Haavelmo at have skabt en hidtil ikke eksisterende sammenhæng mellem økonomisk teori og de økonomiske data, man kun passivt kan observere. De hidtidige modelresultater var svære at fortolke. Ingen påstod, at endnu ukendte (fremtidige) observationer fra virkelighedens verden ville blive præcist de eksakte modelforudsigelser. Af samme grund var det en håbløs opgave at frembringe ikke-trivielle modeller, der nødvendigvis måtte medføre en bestemt fremtidig opførsel. Som regel ville virkeligheden, før eller siden, være i modstrid med en sådan påstand. Men hvilken status kunne man så tillægge de økonometriske modeller? Haavelmo svarede:

What we want are theories that, without involving us in direct logical contradictions, state that the observations will as a rule cluster in a limited subset of the set of all conceivable observations, while it is still consistent with the theory that an observation falls outside this subset 'now and then'. As far as is known, the scheme of probability and random variables is, at least for the time being, the only scheme suitable for formulating such theories. Haavelmo i [34, p. 244]

Fra sidst i 40'erne var denne tilgang generelt accepteret som økonometrisk videnskabsfilosofi, og med dette skiftede også den praktiske anvendelse af faget karakter. Sammenhæng mellem empiriske data blev ikke i samme omfang brugt som kilde til økonomisk teoriudvikling. I stedet blev anvendt økonometri brugt til at teste allerede eksisterende teorier. Økonometriske modeller blev set som den passive udvidelse af økonomisk teori til den virkelige verden snarere end en slags 'kunstig økonomi', der blander teoretisk indsigt og information fra den virkelige verden [34, p. 263-64].

Selvfølgelig har økonometrien udviklet sig siden dengang, ikke mindst på det tekniske plan. Men med vores gennemgang af Tinbergen og Haavelmos pionerarbejde har vi også beskrevet de væsentligste sider af moderne økonometrisk modelarbejde og, nok så væsentligt, grundstammen i opbygningen af ADAM.

3.1.3 Makroøkonometriske modeller i Danmark

I forhold til at udnytte det relativt nye økonomisk-politiske værktøj, som de makroøkonometriske modeller udgør, var Danmark en sen starter¹. Først fra sidst i 60'erne fremkommer der modeller for Danmark, på dette tidspunkt som resultat af en række universitetsøkonomers praktiske forskningsarbejde på området. Modellerne debatteres overvejende i disse forskermiljøer, og har ingen indflydelse på den gennemførte politik. I 1966 påbegyndes arbejdet med ADAM af en gruppe yngre økonomer ledet af Ellen Andersen fra Københavns Universitet. I 1970 går en arbejdsgruppe under Danmarks Statistik ind i et samarbejde om modelprojektet. Denne intensivering af arbejdet betyder, at man ved udgangen af 1971 kan præsentere den første samlede version af modellen. Den består af 91 ligninger, hvoraf de 28 er adfærdsbeskrivende og fundet v.h.a. økonometrisk analyse [38, forord og app. 3]. I 1973 kommer den første version af en anden model på omtrent samme størrelse; SMEC I (Simulation Model of the Economic Council). Den er udviklet i Det Økonomiske Råds sekretariat som et alternativ til ADAM.

Fra midt i 70'erne går udviklingen stærkt. Som led i et generelt voksende ønske om rationel meningsdannelse som udgangspunkt for styringen af den økonomiske politik [18, p. 55] begynder Budgetdepartementet under Finansministeriet at bruge ADAM til beregning af konsekvenserne af forskellige

¹ Per Kongshøj Madsen [18, p. 53] nævner tre grunde til dette: En traditionel skeptisk attitude overfor aktiv økonomisk regulering, et begrænset antal danske økonomer med akademisk baggrund, særligt med interesse for modellering, og manglende adgang til den nødvendige computermæssige beregningskapacitet.

politiske tiltag, og brugen af beregningsresultaterne i den politiske debat tager til.

Siden da er denne udvikling fortsat. Sideløbende er ADAM vokset voldsomt i størrelse, og de økonometriske metoder fra dengang er blevet videreudviklet. Vi vil dog ikke fortabe os i detaljerne i udviklingen siden midt i 70'erne, men i stedet hoppe direkte til en beskrivelse af ADAM, som den ser ud i sin nyeste version.

3.2 ADAMs overordnede struktur

I dag er det *modelgruppen* på Danmarks Statistik, der vedligeholder og videreudvikler ADAM. Herfra sælges der ydelser, der omfatter såvel kørsler med modellen som hele modellen.

De største brugere af ADAM er finans- og økonomiministeriet, men den anvendes fx. også af Arbejderbevægelsens Erhvervsråd.

Fra begyndelsen har det været målet med ADAM at beskrive dansk økonomi så godt som muligt. Derfor er ADAM en empirisk model, hvor succeskriteriet er, at den beskriver økonomien som den faktisk ser ud. Dette kan man opfatte som modellens problemformulering, jævnfør kapitel 2. Systemafgrænsningen er derimod under stadig udvikling. Meget af modelgruppens arbejde består i at inddrage nye områder i ADAMs beskrivelse. Dette gælder således også matematiseringen og i et vist omfang analysen af modellen.

De typiske anvendelser af ADAM er *forudsigelser* og *scenarier*. Forudsigelser er løsning af modellen, for at få et bud på hvorledes den økonomiske fremtid ser ud. I scenarier sammenligner man forudsigelser foretaget under forskellige forudsætninger, fx. en hvor man har hævet skattesatsen med en hvor man ikke har.

ADAM er tænkt som en mellemfristet model, hvilket vil sige at den er beregnet til at skulle kunne levere forudsigelser der strækker ca. 5 år ind i fremtiden. Dette er en senere udvidelse, idet de første versioner af ADAM havde et sigt på 1-2 år.

Den ADAM version, der er analyseret i dette projekt, er fra oktober 1991, mens dokumentationen af den er fra 1993 [36, 37].

3.2.1 Opbygning

Fra et matematisk synspunkt består ADAM af 947 ligninger, der har følgende form:

$$v_i = f_i(v, e, h, \beta)$$

Hver variabel v_i er altså udtrykt som en funktion af fire størrelser.

Endogene variable v : De variable, der ønskes bestemt i modellen. Fx. antal beskæftigede Q .

Eksogene variable e : De udefra givne variable. Disse benyttes til at bestemme hvordan alt det, der ikke modelleres opfører sig. Størrelser, der enten er udenfor kontrol, fx. udlandsrenten, eller som netop er politisk kontrollerede styringsredskaber fx. momsprocenten. De eksogene variable omfatter også en lang række variable af mere teknisk karakter, som fx. muliggør at man erstatter den beregnede værdi for en endogen variabel med en eksogent fastsat værdi.

Laggede variable h : Historiske værdier af endogene variable. Fx. sidste års værdi af antal beskæftigede Q_{-1} .

Parametre β : Konstanter, der bestemmes så modellen bedst muligt passer med de historiske data for økonomien.

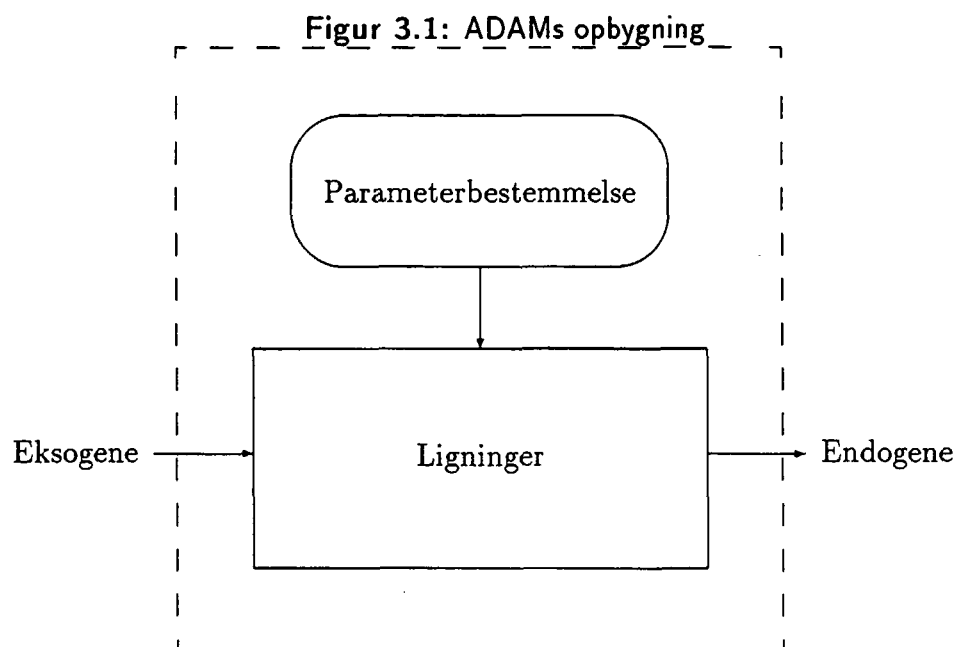
Forskellen på parametre og eksogene variable er, at de første opfattes som konstante dele af modellen, mens de sidste er variable, hvis værdi besluttet før man løser modellen.

I vektornotation kan den samlede ADAM altså beskrives ved følgende

$$v = f(v, e, h, \beta)$$

At løse modellen vil sige at bestemme værdier for alle de endogene variable, således at alle ligningerne er opfyldt, altså principielt et ligningssystem af 947 ligninger med 947 ubekendte, når β er bestemt.

Bestemmelse af parametrene foregår ved forskellige statistiske metoder, hvilket vil blive behandlet i afsnittene 3.3 og 3.4. Målet er at få ADAM til at passe så præcist til virkeligheden som muligt. Dette gøres ved at tilpasse parametrene så ligningerne passer bedst muligt med de historiske data, ud fra en ide om at fremtiden vil opføre sig på omtrent samme måde.



Samlet kan ADAM opfattes som vist i figur 3.1. Modelleringen omfatter den indre stiplede kasse, opbygningen af ligningerne og bestemmelse af konstanterne. For brugeren er ADAM en slags sort boks, hvor man forsyner den med historiske data (værdier for de laggede variable), og værdier for de eksogene variable. Løsningen af modellen giver så værdier af alle de endogene variable for det næste år. Hvis man laver flerårige fremskrivninger gentages processen, blot med udgangspunktet for de historiske data rykket, så det foregående resultat opfattes som sidste års data.

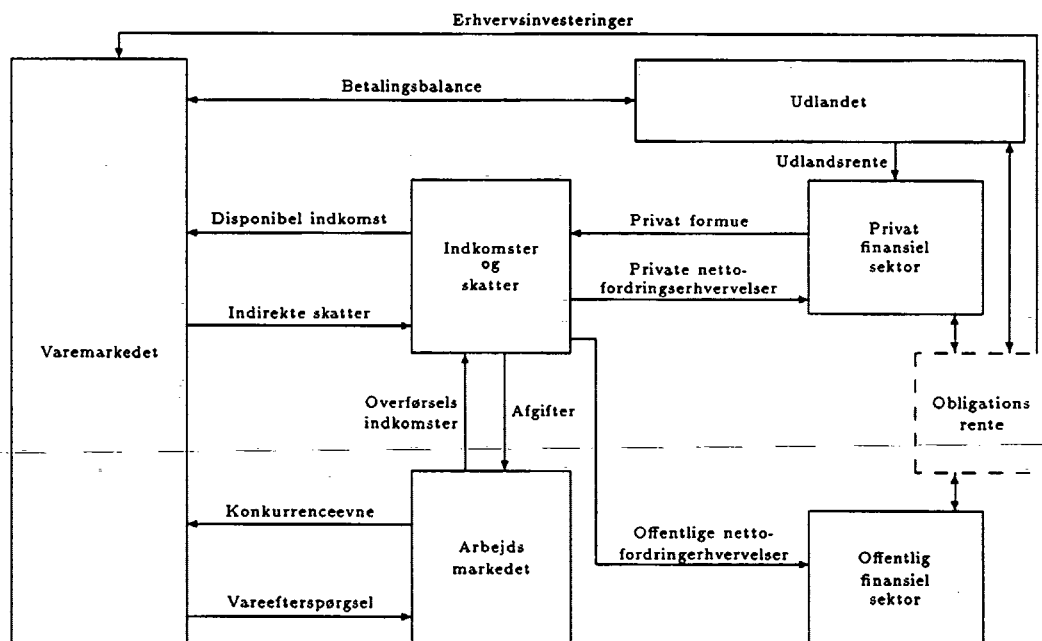
En løsning af ADAMs ligninger afhænger naturligvis af de værdier for eksogene variable, der er valgt. Dette er netop en af ideerne med ADAM, man kan sammenligne resultater af forskellige forestillinger om fremtiden. Eksempelvis kunne man foretage en fremskrivning med den nuværende momssats, og derefter en fremskrivning med en sænket momssats, og så se hvilke forskelle dette gav for beskæftigelsen.

3.2.2 Ligningernes samspil

Både ved opbygningen af ADAM og i forsøget på at forstå den er det almindeligt at opdele de mange ligninger i områder, og så kigge på hvert område isoleret, uagtet at ligningerne senere faktisk skal løses samtidigt.

En sådan opdeling kan ses i figur 3.2, hvor de enkelte deles samspil er søgt illustreret.

Figur 3.2: ADAMs opbygning.



Ved at kigge på ligningernes indbyrdes sammenhæng, har vi fundet at hovedparten af ligningerne, nemlig 794, faktisk skal løses samlet, som et ligningssystem².

Ligningerne falder i forskellige grupper, hvilket afspejles i dokumentationen [37], hvor ligningerne er inddelt i tre typer:

I Identiteter eller definitioner, der beskriver at en variabel er defineret til et bestemt udtryk. Her er der altså ikke tale om at man modellerer ideer om virkeligheden, men mere at man navngiver et udtryk. Et

²Til dette brug har vi udviklet et program, der bestemmer i hvad rækkefølge ligningerne bedst løses. Det er herfra tallet stammer. For interesserede kan programmet fås ved henvendelse via e-mail til cld@ruc.dk. Det er skrevet i C++, og oversat med GNU C++ 2.6.3 under unix.

eksempel er ligning 433 $U_l = U_a - Q$, der udtrykker at antallet af ledige U_l er arbejdsudbudet U_a fraregnet det samlede antal beskæftigede Q .

- S Stokastiske ligninger, der beskriver en påstået sammenhæng i virkeligheden. Denne type af ligninger kaldes ofte adfærdsligninger, med henvisning til at man her på bedst mulig vis forsøger at beskrive en endogen variabels "adfærd" på baggrund af de allerede kendte exogene variables "adfærd". Når adfærd er sat i citationstegn, er det fordi der oftest vil være tale om adfærden af fiktive objekter som f.eks. timelønnen.
- G En restgruppe. Det er ikke helt klart af dokumentationen hvordan konstanterne i disse ligninger er fundet, men en eller anden form for statistiske metoder har der formentligt været anvendt, idet det forekommer vanskeligt at se hvordan der ellers skulle fremkomme konstanter med seks decimaler. Der er imidlertid ingen angivelse af hvorledes disse er fremkommet, eller hvilken tiltro man kan have til deres fremtidige validitet.

Det er mere antallet af stokastiske ligninger, der beskriver ADAMs kompleksitet, end det er det samlede antal ligninger. Identiteterne kan ihvertfald opfattes som en slags forenklinger af skrivearbejdet i de øvrige formler, mere end egentlige informationsindeholdende formler. Man behøvede eksempelvis ikke definere U_l , som ovenfor nævnt, man kunne skrive udtrykket for den alle de steder hvor den blev anvendt i stedet. Hvilken status den sidste gruppe skal have i denne overvejelse er noget uklart, men en optælling viser at der er 378 identitetsligninger, 90 stokastiske ligninger, og 479 i restgruppen.

3.3 De enkelte ligninger i ADAM

Efter at have fået ADAM's overordnede struktur nogenlunde på plads, vil vi nu gå over til at se på opbygningen af de enkelte ligninger i modellen. Først vil vi her se på, hvilke metoder der er bragt i anvendelse.

3.3.1 Den metodiske tilgang

Identiteterne er som sagt et spørgsmål om at definere nye variable, hvorfor de metodisk set er ret uinteressante. Ligningerne i restgruppen G kan vi i det hele taget sige meget lidt om, så der kan vi desværre ikke udtale os om,

hvorvidt der er metodiske aspekter, der kræver en nærmere redegørelse. Det mener vi til gengæld, der er i forbindelse med de stokastiske ligninger. Først og fremmest drejer det sig om at få slået betydningen af nogle begreber fast, og få præciseret hvori de vigtige forskelle mellem disse begreber ligger.

En stokastisk lignings beskrivelse af påståede sammenhænge i virkeligheden involverer rent metodisk flere forskellige skridt. *Første skridt* består i at udvælge, hvilken variabel der skal være endogen, og hvilke(n) variable der skal have status af eksogene variable for denne ligning. Udvælgelsen af en models endogene variable afhænger selvsagt meget af, hvilken information man ønsker at få ud af modellen, mens valget af eksogene variable ofte vil være baseret på viden om det modellerede objekt, kombineret med den hensyntagen til det mulige, der er indeholdt i systemafgrænsningen. Altså konkret makroøkonomisk indsigt og forståelse. Da der i økonomi altid vil være tale om en i sidste ende subjektiv udvælgelse, vil en påstået sammenhæng som nævnt i afsnit 2.3.3 oftest være ledsaget af en teoretisk begrundelse. Denne teoretiske tilknytning har så enten dannet baggrund for udvælgelsen af de indgående variable, eller er efterrationaliseret fra empiriske observationer. Om en sådan efterrationalisering er en acceptabel videnskabelig metode, er et stadigt tilbagevendende diskussionsemne blandt makroøkonomer, men da det falder udenfor sigtet med vores gennemgang, vil vi ikke omtale graden af teoritilknytning i de konkrete ligninger, vi kigger på i næste afsnit.

Andet skridt i opbygningen af en stokastisk ligning er den del af matematiseringen, der består i at vælge, hvilken matematisk formuleret sammenhæng mellem de udvalgte variable man vil bruge til sin beskrivelse. I tilfældet ADAM har alle de stokastiske ligninger form af en funktionsforskrift, der angiver værdien af den endogene variabel som en funktion af værdien af de eksogene variable. Igen er der her tale om et mere eller mindre velbegrundet subjektivt valg hos modelkonstruktøren.

Tredie skridt består i at fastlægge værdien af de parametre, der indgår i funktionsforskriften, med henblik på at få modellen—d.v.s. funktionen—til at passe bedst muligt med de observationer, der allerede foreligger. Denne øvelse kaldes *regression*. I modsætning til de to foregående skridt, er det en næsten mekanisk proces, hvis eneste subjektive element er valget af, hvilket matematisk formulerbart kriterium der bruges til at afgøre, hvilke parameterverdier der er "bedst". Selve regressionen er den del af opbygningen af en stokastisk ligning, der foregår på det mest umiddelbart synlige grundlag. Vurderet efter hvad kritiske røster almindeligvis retter "skytset" imod, står dette forhold ikke helt klart for mange af de mennesker, der opfatter netop brugen af statistiske metoder som et farligt værktøj, selv om faren i virkeligheden ligger i de andre skridt. Dette kan skyldes, at der er tale om en vis

begrebsforvirring.

Ordet regression betyder egentlig "tilbageskriden", hvilket kunne få nogen til at tro, at øvelsen går ud på at finde tilbage til en eventuel *bagvedliggende funktionel sammenhæng* mellem forskellige observerede data. Det er vigtigt at få slået fast, at dette ikke er tilfældet. Ved regression er der udelukkende tale om, at man på en relativt kortfattet, men alligevel præcis og konkret måde på bedst mulige vis forsøger at *beskrive en samvariation* mellem to eller flere datasæt. Der bliver ikke på nogen måde taget stilling til, i hvilken grad beskrivelsen passer på de observerede data. Dette kan illustreres ved, at hvis man vælger at beskrive samvariationen mellem en række punkter, der ligger jævnt fordelt på en cirkel, med en lineær funktionsforskrift, såkaldt lineær regression, vil man finde en ligning for en linie, uagtet at denne intet siger om punkternes faktiske samvariation³.

Anderledes forholder det sig, hvis man benytter den *matematiske regressionsmodel*. Her foregår regressionen som navnet siger på baggrund af en *modelbetragtning*, der bygger på følgende antagelser:

- For hvert sæt af værdier af de exogene variable antages den endogene variabel at være en stokastisk variabel, der har en given sandsynlighedsfordeling.
- Hver af disse stokastiske variable er indbyrdes uafhængige.
- Middelværdierne for hver af de stokastiske variable ligger på grafen for en funktion af de eksogene variable. Lad os kalde denne funktion den sande (populations) regressionsfunktion.

Modelbetragtningen består i at vi accepterer disse forudsætninger. Når dette er gjort, er det en statistisk disciplin at fortælle hvorledes modellens parametre skal estimeres, for at vi får den model, der bedst harmonerer med både vores antagelser om sammenhængen og de observerede data.

Fordelen ved at bruge regressionsmodellen er, at man kan bestemme variansen (begrebet omtales nærmere i afsnit 4.3.1) på de estimerede parameterværdier, hvis man kender variansen på de stokastiske variable. Størrelsen af hver af disse varianser kan enten være kendt, eller den kan estimeres under en antagelse om, at den for alle de stokastiske variable har samme værdi. Hvis man ydermere antager, at man kender de stokastiske variables sandsynlighedsfordeling, kan man beregne en række statistiske teststørrelser, der udtaler sig

³I hvert fald hvis der som mål for liniens 'godhed' benyttes mindste kvadraters metode.

om, hvor sandsynligt det er at få en stikprøve som den faktisk observerede, hvis antagelserne er rigtige. Undersøgelser af denne art kaldes meget naturligt *regressionsanalyse*. En pointe, der er vigtig at få slået fast her, er, at de muligheder for egentlig analyse, man får ved at bruge den matematiske regressionsmodel, også stiller øgede krav til det datamateriale, der ligger til grund, samt til dokumentationen af det udførte arbejde; der skal redegøres for rimeligheden af de for analysen nødvendige antagelser. Muligheder og forpligtelser følges ad i denne sammenhæng.

Inden vi ser på, hvordan de omtalte metodiske overvejelser konkret er faldet ud i tilfældet ADAM, vil vi gøre opmærksom på en ting vedrørende regressionsanalyse, der kan være fristende at glemme, når den fremkomne model bruges: Selv ikke den bedste regressionsmodel kan garantere, at ændring af en eller flere eksogene variable vil medføre den forventede ændring af den endogene variabel, idet en sådan model ikke kan påvise, at den endogene variabel er direkte afhængig af de eksogene variable. Teoretiske overvejelser omkring forklaringen på den konstaterede samvariation kan sandsynliggøre, at det skyldes en direkte afhængighed, eller argumentere for at dette ikke er tilfældet, men regressionsanalyse alene kan aldrig andet end gøre opmærksom på muligheden. Box m.fl. [41, p. 8] nævner som eksempel, at man i årene 1930-36 kunne konstatere en tydelig samvariation mellem antallet af indbyggere og antallet af storke i den tyske by Oldenburg. Hvis børn ellers var modtagelige for regressionsanalytiske argumenter kunne det bruges til at "bevise", at babyerne kommer med storken, men ellers ville ingen vel drømme om at bruge samvariationen som argument for at begrænse befolkningstilvæksten ved at skyde nogle storke—det skulle da lige være en tysk politiker i 30'erne!

3.3.2 Håndteringen i ADAM

I hovedparten af ADAM's stokastiske ligninger, heriblandt de tre, vi beskriver i næste afsnit, er der som funktionsforskrift valgt enten en lineær førstegradsligning, eller produkter af variable, der ved brug af logaritmer kan gøres lineær. I begge tilfælde sker det med henblik på *lineær regressionsanalyse*.

Efter udvælgelsen af endogene og eksogene variable og funktionsforskrift, bliver selve regressionen foretaget v.h.a. EDB, oftest økonometripakken AREMOS. Her er standardforudsætningen, at de stokastiske variable er normalfordelt, hvilket giver mulighed for automatisk at få beregnet forskellige former for varians samt de forømtalte statistiske teststørrelser. En sådan EDB-basering har den store fordel, at man hurtigt kan lave mange regressioner og håndtere mange ligninger, f.eks. ADAM's 947, men det har også

den ulempe, at man ikke umiddelbart får lov til at overvære, *hvordan* denne håndtering foregår. Problemer forårsaget af disse forhold vender vi tilbage til i kapitel 4.

Et fælles træk ved de stokastiske ligninger i ADAM er, at der til hver ligning eksisterer en eksogen variabel, en såkaldt *dummy-variabel*, der kan bruges til at erstatte ligningen med en eksogen variabel.

$$\text{variabel}_j = \begin{cases} \text{ligning,} & \text{hvis } d_j = 0 \\ \text{eksogen værdi,} & \text{hvis } d_j = 1 \end{cases}$$

Vi har dog udeladt dette af vores gennemgang, for ikke at gøre det mere kompliceret end højst nødvendigt.

I næste afsnit vil vi nu gennemgå tre stokastiske ligninger fra den del af ADAM, der modellerer arbejdsmarkedet.

3.4 Arbejdsmarkedsmodellen i ADAM

De mest centrale størrelser i arbejdsmarkedsmodellen er beskæftigelse, arbejdsudbud, ledighed og løn. Da ledigheden U_l blot er defineret som forskellen mellem arbejdsudbuddet U_a og beskæftigelsen Q , ser vi i afsnit 3.4.1 derfor på modelleringen af beskæftigelsen, i 3.4.2 ser vi på arbejdsudbuddet og i afsnit 3.4.3 ser vi på løndannelsen. Hvor intet andet er nævnt, er grundlaget for gennemgangen *ADAM En model af dansk økonomi* [36] med bilag [37].

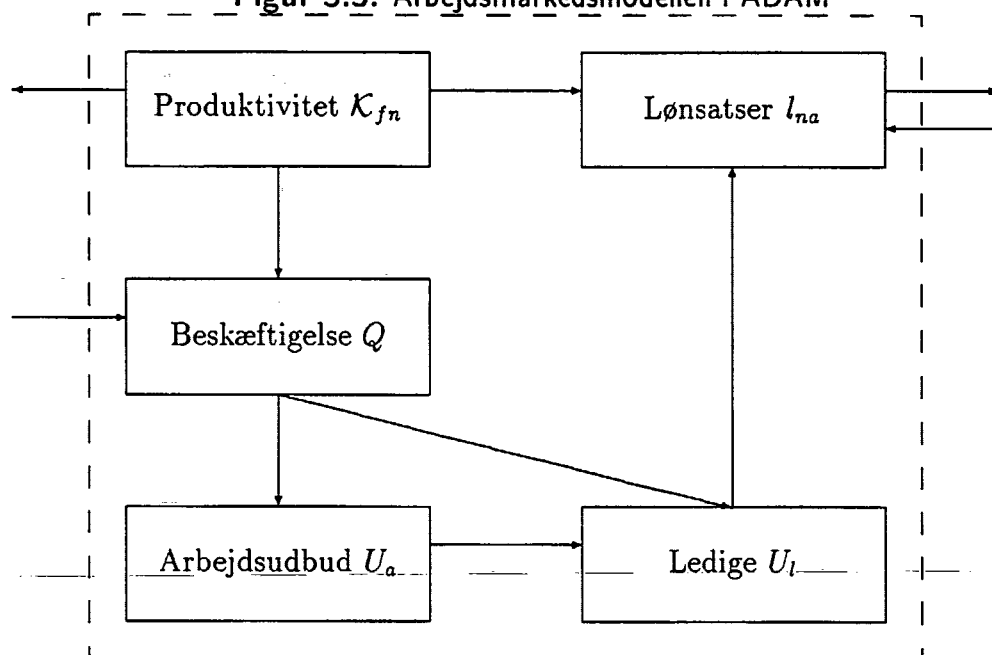
3.4.1 Beskæftigelsen

Uden forudgående studier kunne man antage, at beskæftigelsen Q er ligefrem proportional med den forventede produktion X^e og omvendt proportional med arbejdstiden H :

$$Q = \gamma \cdot \frac{X^e}{H} \quad (3.1)$$

Imidlertid viser de historiske data, at beskæftigelsen "hænger" lidt bagefter ændringer i den forventede produktion. En forklaring kunne være, at virksomhederne i opgangs-/nedgangstider venter lidt med at ansætte/afskedige folk, indtil de er sikre på om op-/nedgangen er af varig karakter. I praksis

Figur 3.3: Arbejdsmarkedsmodellen i ADAM



har man i ADAM valgt at modellere denne effekt ved at bruge et (geometrisk) vejet gennemsnit af den forventede produktion med et års *lag* dvs. et gennemsnit af det aktuelle X og forrige års forventede produktion X_{-1} (fodtegnet angiver laggets størrelse, dvs. det antal år før det aktuelle, hvor værdien skal findes):

$$Q = \gamma \cdot \frac{X^\lambda \cdot X_{-1}^{1-\lambda}}{H} \quad (3.2)$$

Det viser sig ligeledes, at ændret arbejdstid ikke slår fuldt igennem på beskæftigelsen. Således viser erfaringen iflg. ADAM dokumentationen, at en nedsættelse af arbejdstiden på 1% kun giver en øget beskæftigelse på omkring 0.65%. Da det viser sig vanskeligt med statistiske metoder at bestemme denne *elasticitet*⁴, sættes den *a priori* til -0.65 :

$$Q = \gamma \cdot \frac{X^\lambda \cdot X_{-1}^{1-\lambda}}{H^{0.65}} = \gamma \cdot X^\lambda \cdot X_{-1}^{1-\lambda} \cdot H^{-0.65} \quad (3.3)$$

⁴Elasticiteten af Y med hensyn til X er pr. definition [4]: $e(Y; X) = \frac{\partial Y / \partial X}{Y/X}$. En sammenhæng af formen $Y = \alpha \cdot X^\beta$ vil således have elasticiteten β .

Da ikke alle beskæftigede er fuldtidsbeskæftiget, beregnes den effektive arbejdstid H ved fra normal-/aftalt arbejdstid H_h at trække de deltidsbeskæftigedes "manglende" arbejdstid (b_q er deltidsfrekvens for beskæftigede, målt som relativt antal halvtids beskæftigede):

$$H = H_h - \frac{H_h}{2} \cdot b_q = H_h \cdot \left(1 - \frac{b_q}{2}\right) \quad (3.4)$$

Endelig viser det sig ud fra de historiske data nødvendigt at tage højde for den produktivitetsudvikling, der bl.a. skyldes forbedret teknologi. Denne udvikling søges fanget ved at tilpasse ligningen med et *trend*-led: $(1 + \rho)^{-t}$. Dette trendled estimeres ved parameterfastlæggelsen til forskellige værdier for forskellige tidsperioder (gøres ved multiplikation med dummy-variable, der har forskellige værdier i de aktuelle perioder). Ved fremskrivninger er trendleddets værdi 1 (neutraliseret), hvis der ikke fastsættes anden eksogen værdi. Den endelige beskæftigelsesrelation bliver så med (3.4) indsat:

$$Q = \gamma \cdot X^\lambda \cdot X_{-1}^{1-\lambda} \cdot \left(H_h \left(1 - \frac{b_q}{2}\right)\right)^{-0.65} \cdot (1 + \rho)^{-t} \quad (3.5)$$

Da det primære formål med modellen er at foretage fremskrivninger ud fra kendte data, er det interessante for beregningen af beskæftigelsen i det aktuelle år hvor stor fremskrivningsfaktoren $\frac{Q}{Q_{-1}}$ fra forrige år er. Beskæftigelsen lagget et år bliver ifølge 3.5:

$$Q_{-1} = \gamma \cdot X_{-1}^\lambda \cdot X_{-2}^{1-\lambda} \cdot \left((H_h)_{-1} \left(1 - \frac{(b_q)_{-1}}{2}\right)\right)^{-0.65} \cdot (1 + \rho)^{-(t-1)} \quad (3.6)$$

Fremskrivningsfaktoren bliver herefter:

$$\frac{Q}{Q_{-1}} = \left(\frac{X}{X_{-1}}\right)^\lambda \cdot \left(\frac{X_{-1}}{X_{-2}}\right)^{1-\lambda} \cdot \left(\frac{H_h \left(1 - \frac{b_q}{2}\right)}{(H_h)_{-1} \left(1 - \frac{(b_q)_{-1}}{2}\right)}\right)^{-0.65} \cdot (1 + \rho)^{-1} \quad (3.7)$$

Før værdierne af λ og $(1 + \rho)$ med velkendte statistiske metoder kan bestemmes, må 3.7 lineariseres. Dette gøres ved at bruge logaritmer:

$$\log\left(\frac{Q}{Q_{-1}}\right) = \lambda \log\left(\frac{X}{X_{-1}}\right) + (1 - \lambda) \log\left(\frac{X_{-1}}{X_{-2}}\right) - 0.65 \log\left(\frac{H_h \left(1 - \frac{b_q}{2}\right)}{(H_h)_{-1} \left(1 - \frac{(b_q)_{-1}}{2}\right)}\right) - \log(1 + \rho) \quad (3.8)$$

I princippet er vi altså nået frem til en lineær ligning med tre variable af formen

$$Y = \alpha \cdot X_1 + \beta \cdot X_2 + \gamma \cdot X_3 + \delta \quad (3.9)$$

hvor parametrene α, β, γ og δ med restriktionerne $\alpha + \beta = 1$ og $\gamma = -0.65$ kan bestemmes ved *lineær regression med OLS*. Ifølge ADAM dokumentationen, "*vil det i praksis ofte være nødvendigt at indlægge justeringer i nogle af modellens ligninger på baggrund af forhold, som de ikke tager højde for*". Der er således i den endelige modelligning tilføjet et justeringsled, der ved eksogen fastlæggelse kan klare disse eventuelle yderligere justeringsbehov.

57% af den samlede beskæftigelse (1988 tal) fastlægges efter den her gennemgæede modellering fordelt på 14 forskellige erhverv med 9 erhverv yderligere opdelt på arbejdere og funktionærer. I alt bliver det 23 ligninger som 3.5, og de sidste 43% fastlægges eksogent fordelt på 5 erhverv med den offentlige sektor som langt den største med 29% af den samlede beskæftigelse.

3.4.2 Arbejdsudbuddet

Den simplest mulige modellering af arbejdsudbuddet U_a ville blot være en fast brøkdel γ af den samlede befolkning U :

$$U_a = \gamma \cdot U \quad (3.10)$$

En lidt mere rimelig modellering ville være en fast del af befolkningen i den arbejdsdygtige alder fra 15 til 64 år U_{1564} fratrukket den del, der er under uddannelse U_u :

$$U_a = \gamma \cdot (U_{1564} - U_u) \quad (3.11)$$

En sådan modellering har imidlertid ingen mulighed for at beskrive kvindernes indtog på arbejdsmarkedet i midten af 60'erne og indførelsen af efterlønsordningen (i 1979). Problemet med efterlønsmodtagerne U_{pe} har man

valgt at løse ved i stedet for at modellere arbejdsudbuddet alene at modellere arbejdsudbud og efterlønsmodtagere samlet $U_a + U_{pe}$. Den stigning i arbejdsudbuddet, der har været historisk, og som primært skyldes kvindernes stigende erhvervsfrekvens, har man søgt at opfange med et logistisk trendled T af formen:

$$T = \beta_0 + \frac{1}{\beta_1 + \beta_2 e^{-\beta_3 t}} \quad (3.12)$$

$$t = \text{årstallet} - 1980$$

Trendleddets nedre grænse β_0 er a priori sat til 0.77, som var erhvervsfrekvensen op til begyndelsen af 60'erne, og leddets øvre grænse, $\beta_0 + \frac{1}{\beta_1}$ som nås i midten af 90'erne, er a priori sat til 0.92, som var erhvervsfrekvensen for mænd omkring 1990. Dvs., at der implicit er indlagt en formodning om, at stigningen i kvinders erhvervsfrekvens næsten er ophørt. De sidste to parametre β_2 og β_3 estimeres herefter særskilt til bedst muligt at afspejle den historiske udvikling i den samlede erhvervsfrekvens. Da virkningen af trendleddet altså stort set er klinget af i begyndelsen af 90'erne, har det kun praktisk betydning i forbindelse med den øvrige parameterestimation ud fra de historiske data.

Med disse ændringer ser relationen for arbejdsudbud sådan ud:

$$U_a + U_{pe} = \gamma \cdot T \cdot (U_{1564} - U_u) \quad (3.13)$$

Der er imidlertid nogle konjunkturbestemte svingninger i arbejdsudbuddet, som ikke er indfanget af denne modellering. Da noget kunne tyde på, at disse svingninger hænger sammen med troen på at kunne få et arbejde (udbuddet stiger, når beskæftigelsen stiger og omvendt), bruges erhvervsfrekvensen $\frac{Q}{U_{1564} - U_u}$ til at justere med. At også lønniveauet kunne have betydning for lysten til at melde sig på arbejdsmarkedet er erkendt, men da virkningen er vanskelig at fastlægge statistisk, udelades denne, og den endelige arbejdsudbudsrelation bliver så:

$$U_a + U_{pe} = \left(\frac{Q}{U_{1564} - U_u} \right)^\alpha \cdot T \cdot (U_{1564} - U_u) \quad (3.14)$$

Også her anvendes fremskrivningsfaktorer i modelberegningerne:

$$\left(\frac{U_a + U_{pe}}{(U_a)_{-1} + (U_{pe})_{-1}} \right) = \left(\frac{\frac{Q}{U_{1564} - U_u}}{\frac{Q_{-1}}{U_{1564-1} - (U_u)_{-1}}} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{T}{T_{-1}} \right) \cdot \left(\frac{U_{1564} - U_u}{U_{1564-1} - (U_u)_{-1}} \right) \quad (3.15)$$

Hvilket efter linearisering ved hjælp af logaritmer bliver:

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{U_a + U_{pe}}{(U_a)_{-1} + (U_{pe})_{-1}} \right) &= \alpha \log \left(\frac{\frac{Q}{U_{1564} - U_u}}{\frac{Q_{-1}}{U_{1564-1} - (U_u)_{-1}}} \right) + \log \left(\frac{T}{T_{-1}} \right) \\ &\quad + \log \left(\frac{U_{1564} - U_u}{U_{1564-1} - (U_u)_{-1}} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Altså i princippet igen en lineær ligning af formen:

$$Y = \alpha \cdot X + k \quad (3.17)$$

hvor parameteren α kan bestemmes ved lineær regression med OLS. Som ved beskæftigelsen er der også her tilføjet et justeringsled i den endelige modelligning.

3.4.3 Løndannelsen

Udviklingen i den gennemsnitlige timeløn i industrien l_{na} antages i modellen på kort sigt at være afhængig af udviklingen i produktionspris P_{xn} , udviklingen i forholdet mellem prisen på privatforbrug P_{cp} , skattetryk (gennemsnitlig indkomstskattesats t_{ss0u}) og produktionspris samt udviklingen i gennemsnitlig timeproduktivitet K_{fn} . Til de to første udviklinger bruges et gennemsnit over de sidste to år:

$$\frac{l_{na}}{(l_{na})_{-1}} = \left(\sqrt{\frac{P_{xn}}{(P_{xn})_{-2}}} \right)^{\alpha_1} \cdot \left(\sqrt{\frac{\frac{P_{cp}}{P_{xn}(1-t_{ss0u})}}{\frac{(P_{cp})_{-2}}{(P_{xn})_{-2}(1-(t_{ss0u})_{-2})}}} \right)^{\alpha_2} \cdot \left(\frac{K_{fn}}{(K_{fn})_{-1}} \right)^{\alpha_3} \quad (3.18)$$

Endvidere antages arbejdsløshedsunderstøttelsens kompensationsgrad (fra sidste år) $(B_{tyd})_{-1}$ at have en positiv indvirkning på lønudviklingen, arbejdsløshedsprocenten (fra sidste år) $(B_{ul})_{-1}$ og de samlede lønomkostninger pr.

produceret enhed (to år tilbage) $(l_{nak})_{-2}/((P_{yfn})_{-2}(\mathcal{K}_{fn})_{-2})$ antages at have en negativ indvirkning⁵:

$$\frac{e^{\beta_1(B_{tyd})_{-1}}}{e^{\beta_2(B_{ul})_{-1}} \cdot \frac{(l_{nak})_{-2}}{(P_{yfn})_{-2}(\mathcal{K}_{fn})_{-2}}} \quad (3.19)$$

Fremskrivningsfaktoren for industriens gennemsnitlige timeløn bliver herefter samlet modelleret således:

$$\begin{aligned} \frac{l_{na}}{(l_{na})_{-1}} &= \left(\sqrt{\frac{P_{xn}}{(P_{xn})_{-2}}} \right)^{\alpha_1} \cdot \left(\sqrt{\frac{\frac{P_{cp}}{P_{xn}(1-t_{ss0u})}}{\frac{(P_{cp})_{-2}}{(P_{xn})_{-2}(1-(t_{ss0u})_{-2})}}} \right)^{\alpha_2} \cdot \left(\frac{\mathcal{K}_{fn}}{(\mathcal{K}_{fn})_{-1}} \right)^{\alpha_3} \\ &\cdot \left(\frac{e^{\beta_1(B_{tyd})_{-1}}}{e^{\beta_2(B_{ul})_{-1}} \cdot \frac{(l_{nak})_{-2}}{(P_{yfn})_{-2}(\mathcal{K}_{fn})_{-2}}} \right)^{\alpha_4} \cdot e^{\alpha_7} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Hvilket efter linearisering ved hjælp af logaritmer bliver:

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{l_{na}}{(l_{na})_{-1}} \right) &= \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \log \left(\frac{P_{xn}}{(P_{xn})_{-2}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \log \left(\frac{\frac{P_{cp}}{P_{xn}(1-t_{ss0u})}}{\frac{(P_{cp})_{-2}}{(P_{xn})_{-2}(1-(t_{ss0u})_{-2})}} \right) \\ &+ \alpha_3 \log \left(\frac{\mathcal{K}_{fn}}{(\mathcal{K}_{fn})_{-1}} \right) - \alpha_4 \log \left(\frac{(l_{nak})_{-2}}{(P_{yfn})_{-2}(\mathcal{K}_{fn})_{-2}} \right) \\ &+ \alpha_5(B_{ul})_{-1} + \alpha_6(B_{tyd})_{-1} + \alpha_7 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Altså igen en lineær ligning af formen

$$Y = \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot X_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot X_2 + \alpha_3 \cdot X_3 - \alpha_4 \cdot X_4 + \alpha_5 \cdot X_5 + \alpha_6 \cdot X_6 + \alpha_7 \quad (3.22)$$

hvor parametrene kan fastlægges ved lineær regression med OLS (med $\alpha_5 = -\alpha_4 \cdot \beta_2$ og $\alpha_6 = \alpha_4 \cdot \beta_1$). I den endelige modelligning er der også her tilføjet et ekstra justeringsled.

Det skal her bemærkes, at ligningen (nr. 554) i dokumentationens bilagsbind [37] er forkert (der er en "ekstra" faktor 0.5 foran α_3). Man må således håbe, at ligningerne i bilagsbindet ikke er et direkte udtræk af den fungerende models ligninger.

⁵ l_{nak} er gennemsnitlig timeløn i industrien inkl. bidrag til sociale ordninger mv. og P_{yfn} er en deflationsfaktor for fremstillingsvirksomhed.

Kapitel 4

Matematiske problemer i ADAM

Dette kapitel behandler ADAM som et matematisk objekt og benytter matematiske metoder til at undersøge egenskaber ved modellen. Målet er at nå til et svar på den første hypotese (jfr. afsnit 1.3).

Den oprindelige tanke var at undersøge hvor følsom modellen var for ændringer i de estimerede parametre, idet man på disse har et mål for den usikkerhed de er behæftet med. Dette er gjort i afsnit 4.3.

Imidlertid er vi under arbejdet med at beskrive ADAM i et matematisk sprog stødt på nogle problemer af mere grundlæggende art, som vil blive behandlet i afsnit 4.2. Først vil vi dog nævne et praktisk problem, der—noget uventet—dukkede op.

4.1 Tilgængelighed

Det første problem vi stødte på var faktisk at få adgang til at benytte ADAM.

Af Danmarks Statistiks prisliste for ADAM produkter kan man se, at hvis man skal have en ADAM model, der kan lave fremskrivninger, koster denne 42.000 kr. ekskl. moms. Dette forekommer os at være endog meget langt fra et ideal om offentlig tilgængelighed, og klart over hvad man kan kalde symbolsk betaling for omkostninger. En pris på et par hundrede kroner kunne siges at dække diskette og kopiering, men 42.000 kr. er ganske enkelt at fjerne enhver illusion om, at ADAM er offentlig tilgængelig. Bare at købe databanken med de historiske data, som ADAM er udviklet på baggrund af, koster 3.000 kr. ekskl. moms.

Vi regnede dog med, at det var gennemførligt at købe databanken, tage ligningerne fra bilagsbindet [37], der også fås på diskette, og benytte RUCs version af økonometriprogrammet AREMOS til at behandle ADAM med. Imidlertid var beskeden fra Danmarks Statistik, at det ikke kunne lade sig gøre, idet der foruden de data, der var en del af databanken, blev benyttet nogle specielt tilpassede K-led, som fik modellen til at fungere med rimelige output værdier. Fx. blev det nævnt, at de skulle forhindre, at man fik en løsning, hvor staten var gået bankerot i løbet af 5 år. K-led er ifølge dokumentationen [37] korrektionsfaktorer, men der er ingen yderligere forklaring på deres eksistens. Vi har altså måttet opgive at foretage løsninger af det samlede ligningssystem, og derfor også enhver form for længere fremskrivninger.

Med velvillig bistand fra modelgruppen på Danmarks Statistik fik vi imidlertid alle variable, der var nødvendige for at regne på en lille del, nemlig ligningerne omkring arbejdsmarkedet.

4.2 Grundlæggende matematiske problemer i ADAM

Som det er gennemgået i afsnit 3.2, er ADAM et ligningssystem af formen:

$$v = f(v, e, h, \beta) \quad (4.1)$$

Målet for modellen er så at bestemme en løsning v_0 til ligningssystemet.

4.2.1 Eksistens og entydighed af løsninger

Det første problem er, at der ikke er nogen som helst garanti for, at en sådan løsning eksisterer eller er entydig. Emnet er overhovedet ikke berørt i dokumentationen ([36, 37]).

Eksistens: Man kan sige, at det, at det lykkes at finde en løsning, naturligvis er at vise, at den eksisterer, så på det område er der ikke noget problem. Det er imidlertid interessant at studere, hvilke krav det stiller til valg af værdier af de eksogene variable e . Tilpasningen af k-led som beskrevet i forrige afsnit er måske nødvendigt for at løse dette problem. Men hvor meget påvirkes løsningerne af valg af k-led? Vi ville gerne have eksperimenteret med dette, men var afskåret herfra, da vi ikke havde adgang til hele modellen.

Entydighed: Hvis der eksisterer flere løsninger til det samme sæt af eksogene variable, er dette et alvorligt problem. Specielt fordi der ikke er nogen form for dokumentation af hvilke metoder, der er benyttet til løsning af ligningssystemet. Vil løsningsprogrammet detektere og rapportere at der er flere løsninger, eller fx. vælge den første det finder?

Ydermere er det velkendt fra numerisk analyse, at der—selv i tilfælde hvor løsningerne er entydige—kan være stor fejl på de løsninger man finder, typisk på grund af afrundingsfejl og lignende i de benyttede programmer. Dette understreger hvor kritisabelt det er, at der ikke er nogen dokumentation af hvilke metoder, der benyttes til at løse ligningssystemet.

4.2.2 Valg af regressionsmodel

For mange af de stokastiske ligninger i ADAM er der ved bestemmelse af parametrene anvendt lineær regression. Den lineære regressionsmodel forudsætter imidlertid at man opfatter en stokastisk variabel Y som en linearkombination af nogle forklarende variable X_i , der ikke er stokastiske, men faste værdier, og et stokastisk fejllid ε .

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_n X_n + \varepsilon$$

I det simpleste tilfælde, hvor der kun er en forklarende variabel har vi specielt

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

Forudsætningen om, at X er fast mens fejlen ligger på Y , er imidlertid ikke opfyldt i ADAMs tilfælde. Det er ikke sådan at de forklarende variable kan opfattes som faste værdier uden fejl. For i modellen sker det at den samme variabel optræder først som stokastisk forklaret variabel i en ligning, for derefter at optræde som fast forklarende variabel i en anden. Der er altså et behov for at overveje hvorvidt de estimerede parametre stadig er i orden. En bedre model kunne da hedde

$$Y = \beta_0 + \beta_1 (X - \nu) + \varepsilon$$

hvor ν er det stokastiske fejllid på X .

Afhængigt af forholdet mellem varianserne på ε og ν , kan man ved OLS få estimerat af β_0 og β_1 , der ikke længere er centrale. Desuden vil man få et falsk billede af variansen på estimeraterne [35, pp. 268-272].

Et andet problem ved regresionsmodellen er, at ligningerne er estimeret hver for sig, på trods af at der er tale om en simultan blok, der lægger ydre bånd på hvilke udfald man kan observere. Når der er andre ligninger, der viser sammenhænge mellem de variable, giver dette nemt korrelation mellem de forklarende variable og fejlledet. Dette vil generelt føre til estimater, der ikke er centrale. Problemet kan illustreres ved følgende eksempel, der er hentet fra [35, pp. 257-60].

Estimering af ligninger i en simultan blok

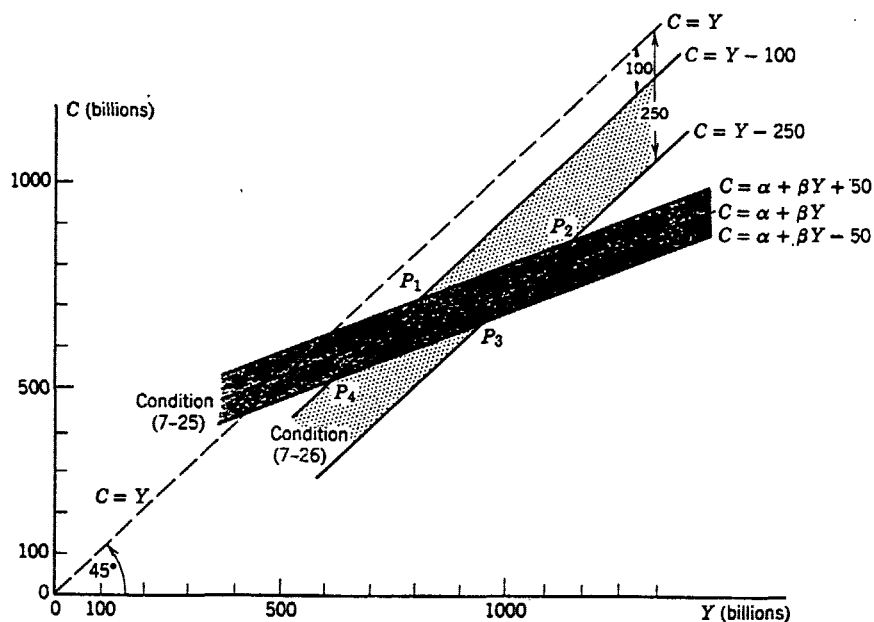
Vi tager udgangspunkt i følgende to-lignings model:

$$C = \alpha + \beta Y + \varepsilon \quad (4.2)$$

$$Y = C + I \quad (4.3)$$

Forbruget C antages at afhænge lineært af indkomsten Y med et stokastisk fejllid ε . α og β er de parametre, der ønskes bestemt ved regression. Samtidig er indkomsten Y defineret til at være summen af forbruget C og investeringerne I . I er en stokastisk variabel, der er bestemt uden for modellen, og som ikke er influeret af værdier af C , Y eller ε .

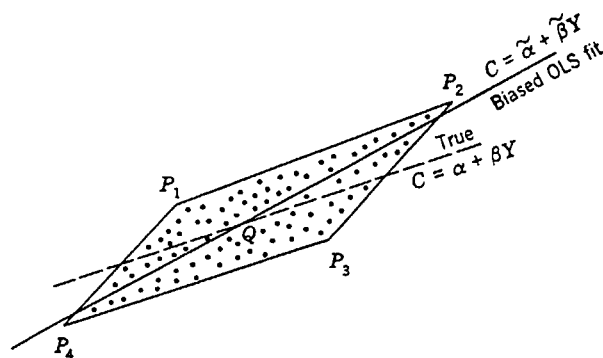
Figur 4.1: Bånd på udfald af C og Y , [35, p. 259]



I figur 4.1 kan man se hvilke bånd vores ligninger lægger på de variable. Det er for nemheds skyld antaget at I varierer mellem 100 og 250 med lige sandsynlighed, mens C varierer med ± 50 omkring den sande regressionslinie. Vi vil nu prøve at vurdere hvad der sker, hvis vi forsøger at estimere α og β ved OLS, uden at kende de sande værdier.

Da alle de observerede punkter skal opfylde begge ligninger, er de nødt til at ligge i det parallellogram, der tilhører begge udfaldsrum. Dette betyder, at observationerne vil ligge fordelt i stil med figur 4.2, hvilket giver anledning til den ikke-centrale estimation $C = \tilde{\alpha} + \tilde{\beta}Y$, hvis linie er tegnet ind på figuren.

Figur 4.2: Ikke-central OLS estimation, [35, p. 260]



I [35] er der metoder til at omgå problemet, for at få et bedre estimat af α og β .

Der er i virkeligheden tale om et dobbelt problem. Hvis man mener, at ligningerne beskriver faktisk eksisterende sammenhænge, er det ikke forsvarligt at estimere ligningerne hver for sig, idet man så erkender, at der er korrelation mellem regressoren og fejledet. Hvis man på den anden side hævder, at estimation enkeltvis er i orden, kan man vel næppe opretholde troen på, at ligningerne, og dermed modellen, holder.

Selv om den simultane blok i ADAM er på tæt ved 800 ligninger, er dette

problem vel ikke mindre. I hvert fald er der ikke nogen overvejelser om dets størrelse i dokumentationen.

4.3 Statistisk usikkerhed på forudsigelser

Når man foretager fremskrivninger med ADAMs ligninger, bliver effekterne af, at de estimerede parametre er stokastiske variable, bragt med fra ligning til ligning, og den samlede effekt kan tænkes at blive meget stor. Dette er essensen af vores delhypotese 1.1 (jfr. side 9).

For at vurdere denne effekt må vi have et mål for hvor spredt en stokastisk fordeling er. Normalt benytter man til denne vurdering *variansen* eller *standardafvigelsen*. Imidlertid er disse direkte forbundet, idet standardafvigelsen er kvadratroden af variansen.

4.3.1 Varians og den lineære regressionsmodel

Variansen for en sandsynlighedsfordeling X er defineret som middelværdien af kvadraterne på X s afvigelser fra X s middelværdi:

$$\text{Var}X = E(X - EX)^2$$

Variansen er et mål for hvor spredt fordelingen ligger om sin middelværdi.

I dette kapitel skal vi bestemme varianser af parametre, der er estimerede ved brug af lineær regression. For den lineære regressionsmodel gælder, at hvis fejledene er normalfordelte, så bliver parameterestimerterne det også. Der er ofte rimelighed i at antage at der er tale om normalfordelte fejled.

En normalfordeling er entydigt bestemt, netop ved de to tal middelværdi og varians. For normalfordelinger med middelværdi μ og varians σ^2 gælder det at

68% af sandsynlighedsmassen ligger i intervallet $\mu \pm \sigma$,

95% af sandsynlighedsmassen ligger i intervallet $\mu \pm 1.96\sigma$,

En ofte brugt angivelse af sikkerheden ved en estimeret parameter er et konfidensinterval.

Et 95% konfidensinterval for en parameter β er et interval hvis endepunkter er bestemt ud fra observationerne, og som har den egenskab at der er 95% sandsynlighed for at intervallet indeholder den sande β -værdi. [44].

Ved bestemmelse af varians af udtryk, hvor der indgår flere stokastiske variable får man brug for et udtryk for hvor tilbøjelige de variable er til at variere sammen. Denne størrelse kaldes for kovariansen, og defineres på følgende måde:

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E(X_1 - EX_1)(X_2 - EX_2)$$

Det er her værd at bemærke at $\text{Cov}(X, X) = \text{Var}X$.

4.3.2 Linearisering

I det følgende benytter vi flittigt det trick at bestemme variansen af en funktion af en eller flere stokastiske variable ved at erstatte funktionen med en lineær tilnærmelse af denne. Hvis Y er vores stokastiske variabel, der afhænger af β , der er en vektor af stokastiske variable: $Y = f(\beta)$ kan vi udtrykke Y på følgende måde

$$\begin{aligned} Y &= f(\beta) \\ &= f(\beta_0) + f'(\beta_0)^T(\beta - \beta_0) + e(\beta, \beta_0) \\ &= f'(\beta_0)^T\beta + f(\beta_0) - f'(\beta_0)^T\beta_0 + e(\beta, \beta_0), \end{aligned} \quad (4.4)$$

hvor e er et udtryk for den fejl, der begås ved lineariseringen. For kontinuerte funktioner vil det, så længe β er tæt på β_0 , være en relativt lille fejl, der begås. Og hvis vi som punkt for udviklingen vælger middelværdien, $\beta_0 = E\beta$, kan vi forvente at β -værdierne ligger tæt på β_0 ¹.

Når vi således udvikler fra $E\beta$ og ser bort fra fejllædet e , kan variansen for Y bestemmes som

$$\begin{aligned} \text{Var}Y &= \text{Var}f(\beta) \\ &\approx \text{Var}(f'(E\beta)^T\beta + f(E\beta) - f'(E\beta)^TE\beta) \\ &= (f'(E\beta))^T \text{Var}\beta f'(E\beta) \end{aligned}$$

¹Hvis β fordeling faktisk ligger omkring middelværdien. Et eksempel på en fordeling, hvor dette ikke er tilfældet er en fordeling, der kan antage værdierne 0 og 1, med sandsynlighed $\frac{1}{2}$. Denne har middelværdi $\frac{1}{2}$, men alle udfald er enten 0 eller 1.

Da β er bestemt ved brug af den lineære regressionsmodel, er det bedste bud vi har på $E\beta$ den estimerede værdi $\hat{\beta}$. Vi får derfor

$$\begin{aligned}\text{Var}Y &= \text{Var}f(\beta) \\ &\approx (f'(\hat{\beta}))^T \text{Var}\beta f'(\hat{\beta})\end{aligned}$$

I det endimensionale tilfælde kan formelen læses direkte som den står, men hvis β er n -dimensional, skal $f'(\beta)$ og $\text{Var}\beta$ fortolkes i matrix forstand:

$$f'(\beta) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(\beta)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(\beta)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\beta)}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

$$\text{Var}\beta = \begin{pmatrix} \text{Var}\beta_1 & \text{Cov}(\beta_1, \beta_2) & \cdots & \text{Cov}(\beta_1, \beta_n) \\ \text{Cov}(\beta_2, \beta_1) & \text{Var}\beta_2 & \cdots & \text{Cov}(\beta_2, \beta_n) \\ \vdots & & \ddots & \\ \text{Cov}(\beta_n, \beta_1) & \text{Cov}(\beta_n, \beta_2) & \cdots & \text{Var}\beta_n \end{pmatrix}$$

4.3.3 Varians for endogene variable

Blandt de ligninger vi har valgt at kigge på (jfr. afsnit 3.4) er det i ligningerne for arbejdsudbud (U_a) og lønniveau i industrien (l_{na}), der kan være størst akkumuleret effekt af varians på de estimerede parametre. Disse afhænger nemlig indirekte af antallet af beskæftigede i de forskellige erhverv (Q_j). For U_a er sammenhængen simpel, idet den afhænger af $Q = \sum_{j \in \mathcal{E}} Q_j$, hvor \mathcal{E} er en mængde af erhverv. l_{na} afhænger indirekte af beskæftigelserne via \mathcal{K}_{fn} .

$$\mathcal{K}_{fn} = \frac{1000Y_{fn}}{H_{gn} \sum_{j \in \mathcal{E}_a} Q_j + H_a(1 - \frac{1}{2}b_{qfn}) \sum_{j \in \mathcal{E}_f} Q_j}$$

Y_{fn} , H_{gn} og H_a er forskellige ADAM variable, og \mathcal{E}_a og \mathcal{E}_f er mængder af erhverv, for henholdsvis arbejdere og funktionærer.

Variansen af en endogen variabel, kan opfattes som en funktion af varianserne på de estimerede parametre og varianserne på de øvrige størrelser, der indgår ved udregningen. For Q_j stammer variansen alene fra den estimerede parameter λ , da alle øvrige størrelser er eksogene for vores blok, og derfor er antaget til varians 0.

For hvert skridt videre frem i kæden mod U_a eller l_{na} bestemmes så variansen af de mellemliggende variable, idet man nu kender variansen for Q_j . Til sidst kan variansen for U_a og l_{na} bestemmes.

Varians af Q_j

Q_j bestemmes ved følgende ligning, jfr. ligning 3.7, hvor λ i denne forbindelse er den stokastiske variabel, mens alle andre variable er konstante:

$$\begin{aligned} Q_j(\lambda) &= (Q_j)_{-1} c a^\lambda, \\ a &= \frac{X/X_{-1}}{X_{-1}/X_{-2}} \\ c &= \frac{X_{-1}}{X_{-2}} \left(\frac{H}{H_{-1}} \right)^{-0.65} k \end{aligned}$$

hvilket ved hjælp af linearisering giver variansen:

$$\text{Var} Q_j \approx ((Q_j)_{-1} c a^\lambda \ln a)^2 \text{Var} \lambda$$

Det er bemærkelsesværdigt at variansen bliver 0, hvis $a = 1$. Dette kan ses af den oprindelige ligning ved, at det er ligemeget hvad vi sætter λ til, hvis $a = 1$.

Varians af Q

Q er den samlede beskæftigelse i alle erhvervene:

$$Q = \sum_{j \in \mathcal{E}} Q_j$$

Hvilket giver variansen

$$\text{Var} Q = \sum_{j \in \mathcal{E}} \text{Var} Q_j + \sum_{i, j \in \mathcal{E}, i \neq j} \text{Cov}(Q_i, Q_j)$$

Problemet er, at vi ikke kender kovarianserne mellem de enkelte Q_j 'er. Dette betyder, at vi skal vide, om store værdier for λ i et erhverv typisk følges med store værdier i andet erhverv. Vores bedste bud er at sætte summen af dem til 0. Hvis summen faktisk er negativ, vil vi vurdere variansen for Q for højt, men vi har ikke kunnet finde nogen grund til at tro, at det var tilfældet. Hvis de forskellige λ 'er er ukorrelerede, vil Q_j 'erne også være det, og så er de enkelte kovarianser og dermed summen 0.

Under denne antagelse er

$$\text{Var} Q = \sum_{j \in \mathcal{E}} \text{Var} Q_j$$

Varians af U_a

For U_a benytter vi igen linearisering, blot er der her tale om et todimensionalt tilfælde. Fra ligning 3.15 har vi

$$\begin{aligned} U(\alpha, Q) &= U_{-1} b(aQ)^\alpha \\ a &= \frac{(U_{1564} - U_u)_{-1}}{(U_{1564} - U_u)Q_{-1}} \\ b &= \frac{T}{T_{-1}} \frac{U_{1564} - U_u}{(U_{1564} - U_u)_{-1}} \\ U &= U_a + U_{pe} \end{aligned}$$

Det er her ligemeget at vi bestemmer $\text{Var}(U_a + U_{pe})$, idet U_{pe} er en eksogen konstant, der ingen indflydelse har: $\text{Var}(U_a + U_{pe}) = \text{Var}U_a$.

$$\begin{aligned} \text{Var}(U_a + U_{pe}) &\approx \mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{A}, \\ \mathbf{A} &= U_{-1} b(a\hat{Q})^{\hat{\alpha}} \begin{pmatrix} \ln(a\hat{Q}) \\ \hat{\alpha}\hat{Q}^{-1} \end{pmatrix} \\ \mathbf{S} &= \begin{pmatrix} \text{Var}\alpha & \text{Cov}(\alpha, Q) \\ \text{Cov}(Q, \alpha) & \text{Var}Q \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Af mangel på bedre sætter vi kovariansen til 0, og får:

$$\begin{aligned} \text{Var}U_a &= \text{Var}(U_a + U_{pe}) \approx \\ & (U_{-1} b(a\hat{Q})^{\hat{\alpha}})^2 ((\ln(a\hat{Q}))^2 \text{Var}(\alpha) + (\hat{\alpha}\hat{Q}^{-1})^2 \text{Var}(Q)) \end{aligned}$$

Varians af \mathcal{K}_{fn}

Timeproduktiviteten \mathcal{K}_{fn} udregnes ud fra beskæftigelsen i udvalgte af erhvervene:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{fn} &= \frac{a}{bQ_1 + cQ_2} \\ a &= 1000Y_{fn} \\ b &= H_{gn} \\ c &= H_a(1 - \frac{1}{2}b_{qfn}) \end{aligned}$$

$$Q_1 = \sum_{j \in \mathcal{E}_a} Q_j$$

$$Q_2 = \sum_{j \in \mathcal{E}_f} Q_j$$

Det er Q_1 og Q_2 , der er de stokastiske variable, så ved linearisering kan vi nå frem til følgende udtryk for variansen, idet varianserne for Q_1 og Q_2 kan udregnes ligesom ved Q , under antagelsen om at kovarianserne mellem Q_j 'erne er 0. Denne antagelse giver også at $\text{Cov}(Q_1, Q_2) = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Var} \mathcal{K}_{fn} &\approx \left(\frac{ab}{(b\hat{Q}_1 + c\hat{Q}_2)^2} \right)^2 \text{Var} Q_1 + \left(\frac{ac}{(b\hat{Q}_1 + c\hat{Q}_2)^2} \right)^2 \text{Var} Q_2 \\ &\quad + 2 \frac{a^2 bc}{(b\hat{Q}_1 + c\hat{Q}_2)^2} \text{Cov}(Q_1, Q_2) \\ &= \left(\frac{a}{(b\hat{Q}_1 + c\hat{Q}_2)^2} \right)^2 (b^2 \text{Var} Q_1 + c^2 \text{Var} Q_2) \end{aligned}$$

Varians af l_{na}

For l_{na} er udregningen noget større, idet den afhænger af otte stokastiske variable, syv parametre ($\alpha_1 \dots \alpha_7$) og \mathcal{K}_{fn} . Dette ændrer imidlertid ikke ved metoden med linearisering.

Da α_i 'erne er fundet ved estimation af den lineære regressionsmodel, kan vi faktisk her bestemme kovarianserne, idet disse er et biprodukt af estimationen. Aktuelt har vi benyttet det økonometriske program AREMOS, til at gentage estimationen. Vi har dog stadig ingen værdier for kovariansen mellem α_i 'erne og \mathcal{K}_{fn} , så denne har vi sat til 0.

Formlen for l_{na} ser til vores brug sådan ud (jfr. ligning 3.20). Vi har valgt at bruge formelen som den er estimeret, ikke den fejlagtige version fra selve modellen, se side 51.

$$l_{na}(\alpha, c) = l_{na-1} a^{\frac{\alpha_1}{2}} \left(\frac{b}{d} \right)^{\frac{\alpha_2}{2}} c^{\alpha_3} f^{-\alpha_4} e^{\alpha_5 g + \alpha_6 h + \alpha_7}$$

$$a = \frac{P_{xn}}{(P_{xn})_{-2}}$$

$$b = \left(\frac{P_{cp}}{P_{xn}} \right) / \left(\frac{(P_{cp})_{-2}}{(P_{xn})_{-2}} \right)$$

$$\begin{aligned}
c &= \frac{\mathcal{K}_{fn}}{\mathcal{K}_{fn-1}} \\
d &= \frac{1 - t_{ss0u}}{1 - (t_{ss0u})_{-2}} \\
f &= \frac{(l_{nak})_{-2}}{(P_{yfn})_{-2} \mathcal{K}_{fn-2}} \\
g &= (B_{ul})_{-1} \\
h &= (B_{tyd})_{-1}
\end{aligned}$$

Variansen af l_{na} bliver ved linearisering:

$$\text{Var} l_{na} \approx f'(\hat{\alpha}, \hat{c})^T S f'(\hat{\alpha}, \hat{c})$$

hvor S er kovariansmatricen mellem de variable.

Vi finder derfor:

$$f'(\hat{\alpha}, \hat{c}) = (l_{na})_{-1} a^{\frac{\hat{\alpha}_1}{2}} \left(\frac{b}{d}\right)^{\frac{\hat{\alpha}_2}{2}} c^{\hat{\alpha}_3} f^{-\hat{\alpha}_4} e^{\hat{\alpha}_5 g + \hat{\alpha}_6 h + \hat{\alpha}_7} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \ln a \\ \frac{1}{2} \ln \left(\frac{b}{d}\right) \\ \ln c \\ -\ln f \\ g \\ h \\ 1 \\ \frac{\hat{\alpha}_3}{\hat{c}} \end{pmatrix}$$

Da vi kender kovarianserne mellem α_i 'erne, men er nødt til at sætte $\text{Cov}(\alpha_i, c) = 0$, har vi

$$S = \begin{pmatrix} \text{Var}\alpha_1 & \text{Cov}(\alpha_1, \alpha_2) & \cdots & \text{Cov}(\alpha_1, \alpha_7) & 0 \\ \text{Cov}(\alpha_1, \alpha_2) & \text{Var}\alpha_2 & \cdots & \text{Cov}(\alpha_2, \alpha_7) & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(\alpha_1, \alpha_7) & \text{Cov}(\alpha_2, \alpha_7) & \cdots & \text{Var}\alpha_7 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \text{Var}c \end{pmatrix}$$

hvor $\text{Var}c = \frac{1}{((\mathcal{K}_{fn})_{-1})^2} \text{Var}\mathcal{K}_{fn}$.

Resultater

Her følger resultaterne af en udregning af de forskellige varianser, med værdier fra forskellige år. Udregningerne er foretaget i AREMOS, med $\hat{\beta}$ som estimat

for middelværdi for de forskellige parametre, og værdierne fra ADAMs databank for alle øvrige værdier, altså også for middelværdier for de aggregerede størrelser. De AREMOS kommandofiler, udregningerne er foretaget med er listet i appendix A.

	VarQ	Var \mathcal{K}_{fn}	Var U_a	Var l_{na}
1991	2.6	0.003	12.5	1.0
1992	2.1	0.014	3.8	0.9
1993	4.8	0.018	8.8	1.9
1994	10.1	0.065	14.8	4.5

For at få en ide om hvad disse varianser betyder, er vi nødt til at sammenligne dem med noget. Det er et åbent spørgsmål hvad der skal sammenlignes med. Dette kommer af at varianserne både for U_a og l_{na} hører til ligninger, hvis form er

$$V(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) = V_{-1} f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$$

Man udtaler sig i virkeligheden ikke i estimationen af β 'erne om værdierne af V , men kun om den årlige vækst. Derfor er det rimeligere at interessere sig for den årlige ændring end for de absolutte tal.

Da det er varianserne på β 'erne, der er årsag til varianserne på V , og da V_{-1} opfattes som en konstant med varians 0, kan vi imidlertid lige så godt udtrykke variansen på den årlige ændring: $\text{Var}(V - V_{-1}) = \text{Var}V$. Dette kan ses som at vi—når vi ikke kender en varians for V_{-1} —hverken regner den med når vi bestemmer variansen af V , eller når vi bestemmer variansen af den årlige ændring.

I den følgende tabel er der værdier for U_a og l_{na} , deres årlige tilvækster, og 95% konfidensintervaller, under antagelse om at de er normalfordelte.

	U_a	ΔU_a	95% konf.	l_{na}	Δl_{na}	95% konf.
1991	2822.21	-13.89	± 6.9	115.21	4.94	± 2.0
1992	2834.13	11.92	± 3.8	119.00	3.79	± 1.8
1993	2847.77	13.64	± 5.8	121.96	2.96	± 2.7
1994	2839.90	-7.87	± 7.6	126.23	4.27	± 4.2

Konfidensintervallerne angiver at der, sammenlignet med de årlige ændringer, er en betragtelig usikkerhed.

4.4 Delkonklusion

I dette kapitel har vi fra flere vinkler studeret det matematiske fundament for ADAM. Der har vist sig flere problemer, der dog har en noget forskellig

karakter.

Konsekvenserne af det første problem, der var den manglende tilgængelighed, vil blive behandlet mere uddybende i kapitel 5. Indeværende kapitel har jo mest omhandlet indre matematiske problemer, der normalt eksisterer uafhængigt af sådanne praktiske begrænsninger. I tilfældet ADAM—såvel som i enhver anden matematisk model—er dette dog ikke tilfældet. Kritik af modellen kræver at man kan få adgang til at kigge den efter sømmene. Når denne mulighed ikke eksisterer går det ud over modellens troværdighed.

Problemerne med eksistens og entydighed af løsninger opfatter vi som meget centralt. Det er muligt og endog sandsynligt at man ikke ad analytisk vej vil kunne afgøre dette spørgsmål. Men så må man ihvertfald gøre sig nogle andre anstrengelser for at belyse hvorvidt dette problem faktisk eksisterer. Det absolut mindste man kunne gøre var at fremlægge det programmel, der anvendes til løsning af ligningssystemet, så dette også kunne gøres til genstand for kritik.

Effekterne af problemerne med forudsætningerne for de anvendte estimationsmetoder er vanskelige at vurdere. Dette gælder både når det drejer sig om spørgsmålet om fejllid i de forklarende variable, og når det drejer sig om korrelation mellem fejllid og forklarende variable, fx. på grund af simultane blokke. Men det er bemærkelsesværdigt at dokumentationen forbigår disse problemer totalt. Da vi mener det påhviler modelkonstruktørerne at afklare sådanne spørgsmål, er vi derfor af den opfattelse at indtil det modsatte er bevist, må det opfattes som et alvorligt problem.

Alt dette skal sammenholdes med vores hypotese 1.2:

Hypotese 1.2: De estimationsmetoder, der benyttes ved bestemmelsen af ADAMs parametre, undervurderer usikkerheden, da disse metoder ikke tager hensyn til afgørende træk ved ADAM's opbygning og struktur.

Vi mener, at der er berettiget tvivl om, hvorvidt fundamentet under ADAMs matematik er i orden, og at vi kan bekræfte hypotesen. De standardafvigelser, der er angivet for parameterestimaterne i ADAM, er de mindst tænkelige værdier, som bliver større når forudsætningerne ikke holder. Vi har fundet flere grunde til at de skulle være større.

Den overordnede hypotese for kapitlet lyder:

Hypotese 1: Den statistiske usikkerhed forbundet med brugen af mange estimerede adfærdsligninger i en stor, uoverskuelig model som ADAM,

giver de beregnede værdier for de centrale endogene variable en fejlmargin af en størrelsesorden, som kunne give en markant basis for ændret politisk stillingtagen.

med tilhørende delhypotese:

Hypotese 1.1 Usikkerheden på centrale endogene variable i ADAM's arbejdsmarkedmodel, alene stammende fra variansen på de estimerede parametre, er så stor, at ovennævnte problem optræder.

Omkring hypotese 1.1 er vores undersøgelse mindre afslørende.

Vi har fundet konfidensintervaller for U_a og l_{na} , der ligger på en halv til en hel gange den årlige ændring. Dette må dog siges at være ganske betragteligt, når man medtager, at vi kun har vurderet effekten af usikkerheden på parameterestimaterne. Ved siden af dette kommer de effekter, der stammer fra andre usikkerheder. Vi har kun kigget på en lille blok, og derved fjernet variansen fra adskillige af de variable, der indgår i ligningerne.

På baggrund af vores undersøgelse vil vi derfor hverken svare ja eller nej til vores hypotese. Vi fik den ikke bekræftet så tydeligt som vi havde forventet det, men har på den anden side set konfidensintervaller, der er så store, at de giver anledning til eftertanke, og måske en mistanke om at vi har valgt for lille en del af ADAM.

Den overordnede hypotese, mener vi at have bekræftet. De konfidensintervaller, der ikke i sig selv var nok til at kunne udløse ændret politisk stillingtagen, var dog så markante at vi, sammen med den tvivl om variansen på de enkelte parametre de grundlæggende problemer antyder, mener at de beregnede værdier bliver tilstrækkeligt tilfældige.

Det skal dog bemærkes, at der er en vis sammenhæng mellem de her berørte problemer. Vores variansovervejelser lider af nogle af de samme grundlagsproblemer, som vi beskylder ADAM for at lide af. Da ADAM er et lignings-system, er det ikke kun rekursive fremad-regninger som dem vi beregner varians af, der foretages. Derimod skal hver endogen variabel bestemmes, så hele ligningssystemet passer. Men uden en samlet analyse af hele systemet, kan der ikke siges noget præcist om dette problems omfang.

En mulig konsekvens af usikkerheden på parameterestimaterne er, at de skaber usikkerhed om eksistensen eller entydigheden af løsningerne. En nærmere undersøgelse af dette vil imidlertid kræve adgang til den samlede model.

Så den overordnede konklusion på dette kapitel er, at ADAM har et akut behov for en *grundig* matematisk gennemgang, hvis man skal kunne tillægge dens resultater nogen særlig vægt.

Kapitel 5

En modelteoretisk analyse af ADAM

Dette kapitel omhandler de problemer, der er indeholdt i vores anden hypotese (se afsnit 1.3.2 på side 10). Det drejer sig altså om at gennemgå nogle af konsekvenserne af, at en model som ADAM er bygget op som beskrevet i kapitel 3, og at en sådan model qua sine forudsigelser og konsekvensberegninger influerer på den offentlige debat.

Mennesket er som biologisk væsen mangelfuldt udstyret til forskellige gøremål. De mange udfoldelsesmuligheder vi på denne konto umiddelbart må sige farvel til, kan man på forskellig vis forsøge at kompensere for. Man kan vælge at lade de midler, der i et sådant forsøg tages i anvendelse, være definerende for begrebet *teknologi*. Herved bliver teknologi dækkende for såvel et redskab, som den kompetence der kræves for at udvikle og benytte redskabet [43, pp. 11-]. Med denne forståelse af begrebet kommer en matematisk model, der benyttes til praktisk arbejde, og ikke bare som et middel til erkendelse, til at optræde som teknologi. Modellen bliver et redskab, på samme måde som en lommeregner eller en dieselmotor (jfr. [8]). Analyse og kritik af modellen kan derfor opfattes som en teknologikritik. Den makroøkonomiske model kan ses som en forlængelse af den menneskelige (økonomens) hjerne, som husker alle de ting, der kan læres af fortiden. I ADAMs dokumentation beskrives det således:

Modellens ligninger kan anskues som en opsamling af erfaring og empirisk forskning. Denne opsamlede viden udnyttes, hver gang modellen anvendes. Modellen gør det derfor lettere for brugeren at sikre vurderingernes konsistens, både med hensyn

til de underliggende ræsonnementer og med hensyn til de historiske erfaringer. Desuden sikrer modellen, at brugerne husker alle sammenhænge i analysen. [36, p. 11].

Som teknologi påvirker ADAM naturligvis den offentlige debat, i og med at den leverer analyser og konkrete talværdier, der direkte bruges som argumenter. Modellen har imidlertid også indflydelse på en mere indirekte og derfor mindre synlig måde. I mange sammenhænge forekommer der effekter, der ikke nødvendigvis er klare for alle. I det følgende vil vi gennemgå hvorledes anvendelsen af matematik indvirker på den offentlige debat, i kraft af såvel ADAM's opbygning som matematisk model (afsnit 5.1) som den mulige anvendelse af modellen, der følger heraf (afsnit 5.2).

5.1 Opbygningen af modellen

Brugen af matematik spiller ind på de processer, vi i afsnit 2.2.2 beskrev som vigtige elementer i opbygningen af en matematisk model. Afgrænsningen frem mod det system, der modelleres, påvirkes på en umiddelbart forståelig måde af, at målet for afgrænsningen er en matematisk modellering. Det har nemlig indflydelse på, hvilke sammenhænge man opfatter som frugtbare; det skal overvejende være størrelser, der kan kvantificeres. På et område som økonomi betyder dette måske ikke umiddelbart så meget, idet mange af de størrelser, der opereres med, allerede er tal. Men da en del af modelleringen drejer sig om befolkningens adfærd, er det ikke givet at det ikke har betydning hvorledes en række ikke umiddelbart kvantificerbare størrelser opfører sig. Et eksempel kunne være, at de politiske signaler og forventninger til fremtiden, der bliver udsendt via medierne, kunne have stor betydning for investeringslysten. Men da det ikke er til at måle en sådan størrelse, kan den ikke matematiseres efter den matematiske regressionsmodel til at indgå direkte i en sådan økonomisk model. En sådan effekt kan selvfølgelig indgå i modellen i form af en til situationen bestemt tilføjelse til en bestemt ligning, men så sker det på baggrund af en helt igennem subjektiv vurdering.

At brugen af matematik har en aktiv indvirkning, er ligeledes oplagt for de processer, vi kaldte h.h.v. matematisering og analyse, og efter gennemgangen i kapitel 4 står det klart, at det i hvert fald for ADAM's vedkommende også gælder de dele, vi kaldte h.h.v. tolkning og vurdering af modellens resultater og vurdering af modellens validitet. Mindre oplagt er det, at brugen af matematik spiller mere aktivt ind på problemformulering og systemafgrænsning, end de krav ønsket om matematisering stiller. Vi vil, inspireret af Ole

Skovsmose [8, pp. 120], pege på to forhold, hvor dette er tilfældet, begge med relevans i ADAM's tilfælde.

Det første forhold drejer sig om, at brugen af matematik slører karakteren af den bagvedliggende forståelse. Dette skal ikke forstås sådan, at den endelige fremtrædelsesform er upræcis, tværtimod; i afsnit 2.2.1 argumenterede vi for, at den klare udtryksform var et godt argument for at bruge netop matematiske modeller. Pointen er derimod, at når først en model er formuleret i et matematisk sprog, kan det være vanskeligt at bedømme rimeligheden af og koblingen til en eventuelt bagvedliggende forforståelse. Om systemafgrænsningen er næsten dikteret af en bagvedliggende teori, som det ofte vil være tilfældet med teoriafledte modeller, eller om den har en løsere eller slet ingen forbindelse med teoretiske overvejelser, som det gælder for ad-hoc modeller, sløres ofte af selve matematiseringen. Den tydelige fremstilling af modellen sker altså på bekostning af, at vejen for at nå hertil sløres. Det er et ikke uvæsentligt problem i.f.m. brugen af matematiske modeller i økonomi, ikke mindst i.f.t. ADAM, der bl.a. er kendetegnet ved at der findes flere—endog indbyrdes modstridende—teorier for, hvorledes sammenhængene beskrives. Dette har modelkonstruktørerne naturligvis løst ved at vælge imellem de teorier, der findes. Når først matematiseringen af modellen har fundet sted, er det imidlertid vanskeligt at gennemskue hvilke teorier, der ligger til grund. Alene af den grund, at matematiske modeller fremtræder ens i form.

I relation til dette problem påpeger Per Kongshøj Madsen, at ikke kun baggrunden for det faktisk modellerede, forforståelsen, sløres af den matematiske fremtrædelsesform. Dette gælder også betydningen af de variable, der ikke medtages i modellen. Specielt for samfundsvidenskabelige matematiske modeller er det et problem, idet der, som omtalt i afsnit 2.3, nødvendigvis fravælges faktorer med en reel betydning, og fravælgelsen sker på et ikke objektiverbart grundlag:

Den formaliserede modelbrug [indebærer] kravet om at vælge mellem de sammenhænge, som medtages i modellen, og "resten af verden", som udelades. De medtagne sammenhænge beskrives med fuldstændig formel nøjagtighed i en matematisk ligning. De udeladte sammenhænge fortaber sig i det totale mørke udenfor den formelle model. I forhold til den reelle karakter af den viden, som vi har om verden omkring—eller blot om samfundsøkonomiens funktion—er dette en vanskelig og måske farlig beslutning. Vanskeligheden ligger deri, at vores faktiske viden om verden er placeret på et kontinuum fra "meget sikker viden" til "total uvidenhed". Nogen samfundsøkonomiske sammenhænge har vi forholds-

vis godt styr på, f.eks. sammenhængen fra indkomst til forbrug. Anden viden, f.eks. om de faktorer der bestemmer eksporten eller den teknologiske udvikling, er langt mere usikre. Men modelteknikken tvinger os til at skære med et hug ned gennem dette grå område af usikker viden. Noget tager vi med. Noget udelades og gøres eksogent. Valget er fundamentalt set et spørgsmål om faglig indsigt og konkret hensigtsmæssighed. [32, p. 64-65]

Som eksempel på den matematiske fremtrædelsesforms usynliggørelse af karakteren af det udeladte, kan vi nævne brugen af laggede variable i modelleringen af den forventede produktion fX^e i ligning (3.2) (side 46). Hvorfor har man, med en enkelt undtagelse jvnf. ADAM-dokumentationen [36, p. 111], valgt at nøjes med at medtage dette og forrige års produktion som forklarende variable? Er det fordi tidligere års værdier per lovmæssighed er udelukket fra at have indflydelse? Er det fordi betydningen skønnes så ringe, at det ikke er den øgede kompleksitet værd? Er det fordi man ikke råder over værdier længere end et år tilbage? Eller er det fordi modelkonstruktørerne på Danmarks Statistik ikke er bevidste om, at tidligere års værdier kan have betydning for dette års forventning? Af disse mulige forklaringer er nogle selvfølgelig mere sandsynlige end andre. Det er imidlertid ikke afgørende for pointen her, hvad der er den egentlige forklaring. Det afgørende er, at man som indirekte modelbruger her som i så mange andre forhold omkring ADAM er henvist til selv at gætte på, om der er tale om en nødvendig eller ønsket tilpasning i systemafgrænsningsprocessen, og om det foregår bevidst eller ubevidst. Det er en uheldig situation at sætte hovedparten af modelbrugerne i, eftersom en sådan vurdering selvfølgelig har stor betydning for vurderingen af modellens validitet. Overvejelser om og begrundelser for systemafgrænsende valg burde derfor være en naturlig del af dokumentationen.

Det andet forhold, hvor brugen af matematik spiller aktivt ind på problemformulering og systemafgrænsning er, at der i matematiseringen kan skabes nye objekter, der egentlig ikke findes i den virkelighed, modellen skal afspejle. For ADAMs vedkommende kunne man sige, at det egentlige objekt er *den økonomiske virkelighed*. Denne er imidlertid ikke en håndterlig størrelse, den kan ikke afgrænses, og der er ingen på forhånd givne regler for, hvilke dele der skal med. På trods af dette virker den færdige model som et veldefineret objekt, hvis eksistens godtgøres af, at den i hvert fald eksisterer som matematisk objekt.

Det er også muligt med matematiseringen at skabe andre objekter, hvis eksistens har rod i den matematiske verden, mere end i den virkelighed, der ønskes modelleret. Et muligt eksempel kunne være bruttonationalproduktet

(BNP). Dette tal for landets samlede omsætning, alt hvad vi i Danmark køber af varer og tjenesteydelser, er ikke nødvendigvis en størrelse med en egentlig plads i virkeligheden. Dette kan ses af at den er påvirkelig af tilsyneladende tilfældige navngivninger på tingene: Hvis en mand sælger sin bil til naboen for 50.000 kr., og naboen straks sælger den tilbage for samme beløb, er BNP steget med 100.000, forudsat de begge opgiver salget til skattevæsenet¹. Hvis man derimod havde opfattet det som, at handlen bare var gået tilbage, havde der ikke været nogen stigning i BNP. På trods af sådanne mærkværdigheder ved begrebet er BNP imidlertid blevet et af de nationaløkonomiske begreber, som menigmand omtaler med størst sikkerhed i stemmen. Og netop i sammenhæng med ADAM giver dette mening, idet BNP her er et helt veldefineret objekt, nemlig værdien af en bestemt endogen variabel Y .

5.2 Brugen af modellen

Når vi i dette afsnit ser på brugen af ADAM, sker det ikke i form af en analyse af de forskellige brugergrupperes *faktiske* anvendelse af modellen. Dette har vi allerede i kapitel 1 rubriceret som en spændende politologisk undersøgelse, der imidlertid falder udenfor den analytiske tilgang, hvor vi mener at have nogen faglig ballast at bidrage med; den brede matematiske. I stedet vil vi fremhæve fire elementer i en teknologisk modelbrug, som Ole Skovsmose [8] argumenterer for alle påvirkes, hvis brugen af matematik indgår i en given modelbygning. Sideløbende vil vi argumentere for, at disse fire konsekvenser af brugen af matematik er væsentlige at være opmærksom på i.f.m. en teknologisk anvendelse af ADAM. Ikke fordi vi kan pege på, at de alle fire aktuelt er i spil, men fordi elementerne hver for sig påvirkes kraftigt med et givet perspektiv på modelbrugen.² De fire perspektiver, der hermed bliver tale om, er gennemgået af bl.a. Per Kongshøj Madsen ([18, kap. 7] og [33, p. 16-17]), der også argumenterer for deres relevans i.f.t. brugen af ADAM. Med dette som udgangspunkt, er det altså ikke blot tænkte påvirkninger, vi nu vil omtale.

Som udgangspunkt for gennemgangen fører Skovsmose den teknologiske modelbrug tilbage til hvad han kalder en *teknologisk erkendeprocess*. Dette begrundes med, at anvendelse af teknologi ofte bevidst eller ubevidst er del i en række erkendelser, lige fra hvilket problem teknologien skal forsøge at afhjælpe til hvordan man håndterer de muligheder, der kommer ud af den

¹Vi forudsætter, at der er tale om gode socialt tænkende samfundsborgere med blik for helheden.

²Ideen til denne kobling har vi fra Morten Blomhøj [1, p.42-43].

faktiske teknologianvendelse. Det er erkendeprocessen i forbindelse med en given modelbrug, Skovsmose karakteriserer gennem fire elementer: problemidentifikation, kritikbase, argumentationsstruktur og handlingskonsekvenser. Eller med andre ord: det der tales om, hvem der kan være med til at diskutere, strukturen af argumentationen i diskussionen og den type af handlinger, der kan anvises.

Problemidentifikation

Det problem, der behandles, redefineres som nævnt i modellen, både gennem systemafgrænsningen og gennem matematiseringen. Det problem matematikken løser kan derfor ikke forventes at være præcis det oprindelige problem. Det kan være både godt og dårligt, at identifikationen af problemet er følsom overfor matematikanvendelse. Det kan føre til, at opmærksomheden henledes på essentielle faktorer, eller at væsentlige aspekter negligeres. Men under alle omstændigheder er det således, at matematikken ikke er et neutralt redskab i forhold til problemidentifikationen, hvilket man naturligvis bør være opmærksom på når man vurderer og tolker modellens resultater.

Denne konsekvens af brugen af matematik er der en fare for bliver overset eller negligeret under det, Kongshøj Madsen kalder *konsensusperspektivet*. Navnet dækker over den opfattelse, at økonomiske modeller's rolle er at skabe konsensus mellem repræsentanter for forskellige interesser. Modellernes bidrag er i den sammenhæng, at de skaber en fælles referenceramme for vurderingen af effekterne af forskellige politiske tiltag, og dermed får forhandlingssituationen til at forløbe mere smertefrit. Når matematikkens indflydelse på problemidentifikationen får lov at virke uden synderlig refleksion, skyldes det, at det afgørende med dette perspektiv er, at modellen bidrager til at der overhovedet træffes beslutninger. Modelbrugen mindsker dermed beslutningstagernes usikkerhed og bidrager til at give de trufne beslutninger større legitimitet, men sikrer ikke, at man *nødvendigtvis* når frem til de bedst mulige beslutninger, end ikke set fra beslutningstagernes side. Hvis vi f.eks. siger, at problemet er, at man overvejer at indføre en afgift på udledning af CO_2 , og så lader svarene fra ADAM afgøre, om det er en god ide, så har man allerede i spørgsmålet accepteret en del af ADAMs verdensbillede, nemlig at man kan omregne en afgift til en beskæftigelseseffekt, en betalingsbalanceeffekt, og hvad ADAM ellers har fået besked på af koblinger. Men hvis det initierende problem bag spørgsmålet om CO_2 -afgiften var, hvor kraftigt man skal sætte ind for at sikre de kommende generationers ve og vel, så løser ADAM ikke det egentlige problem. Men den kommer givetvis med et svar! Nemlig politisk ammunition i form af en stribe økonomiske konsekvensberegninger.

Kritikbase

For undersøgelsen af et problem spiller den gruppe af mennesker, der kan deltage i debatten om problemformuleringen en vigtig rolle. Det er denne gruppe vi kalder kritikbasen. Når man indfører matematik i behandlingen af problemet, stiller man pludselig andre krav til kritikbasen. Og da en del mennesker har en betragtelig matematiksræk, kan dette medvirke til at indsnævre kredsen af potentielle debattører. Specielt som grundlag for beslutninger i et demokratisk system, hvor idealet er at alle skal kunne deltage i debatten, må dette siges at være alvorligt. Det er et udtryk for, at indførelsen af matematik ændrer magtrelationerne; dem med matematisk—specielt modelteoretisk—indsigt får større magt på bekostning af dem, der ikke har denne indsigt.

Problemer i denne retning vil være meget sandsynlige, hvis det *teknokratiske perspektiv* er fremherskende. I så fald er det de tekniske eksperter, der varetager deres egne interesser gennem introduktionen af uoverskuelige modeller som ADAM i den politiske beslutningsproces. Det er nok ikke videre sandsynligt, men en mulig tolkning af de problemer, vi under arbejdet med denne rapport oplevede med at få adgang til de for en modelkørsel nødvendige input, jvnf. omtalen i kapitel 4, er at en egeninteresse i at bevare dette perspektiv kan være årsagen.

Argumentationsstruktur

For undersøgelsen af et problem er der til debatten knyttet en vis struktur. Nogle udsagn kan benyttes som argumenter, nogle grupper refererer til andre grupper, nogle undersøgelser betragtes som vægtige, andre som underordnede. Det er hele dette mønster, der refereres til med argumentationsstrukturen. Når der indføres en matematisk model ændres argumentationsstrukturen. Skovsmose bruger netop matematiske modeller i økonomi som eksempel:

Ser vi på samspillet mellem matematik og økonomisk politik (man kan have SMEC og ADAM i tankerne) kan man, skematisk og forgrovet, tænke sig en situation af følgende karakter. Der forefindes et kompleks af (national)økonomiske problemer. Men ikke alle disse problemer optræder som lige væsentlige set ud fra den politiske "myndigheds" taburetter. Desuden er det langt fra alle løsningsformer der falder inden for rummet af "acceptable"

løsninger. I en politisk vurdering af konsekvenserne af en bestemt økonomisk politik kan man benytte resultaterne af diverse kørsler med matematiske modeller. Og man kunne bl. a. tænke sig følgende muligheder. Såfremt resultatet af modelfremskrivningen faktisk falder inden for området af "acceptable" løsninger, ja så er det muligt at begrunde et økonomisk indgreb præcis ved at henvise til de tekniske analyser og til "eksperternes" vurderinger. Retningslinierne for "den nødvendige politik" er blevet udstukket. Hvis modelfremskrivningen derimod resulterer i "uacceptable" konsekvenser, har man fra politisk hold mulighed for—hvis det er oppositionens økonomiske politik man undersøger—at hævde dennes "uansvarlighed" med hensyn til konsekvensberegningerne. Er det derimod ens eget forslag der analyseres, så foreligger der en mulighed for at ændre på præmisserne for modelkørslen. Altså ændre på forudsætningerne for ekspertudtalelsen.

[8, p 131-132]

En sådan modelanvendelse er, sat på spidsen, hvad Kongshøj Madsen rubricerer som *magtkampperspektivet*. Her opfattes brugen af makroøkonomiske modeller som en politisk teknologi, der primært bruges til at varetage egeninteresser for konkurrerende politiske partier og interessegrupper. Som skitseret i Skovsmose-citatet bliver modellerne propagandaredskaber, der overvejende legitimerer beslutninger truffet ud fra andre overvejelser.

At noget sådant overhovedet er muligt, skyldes dels, at den matematiske model fungerer som en "black box", der giver svar, men hvis indre kun kan studeres af et fåtal, dels at modelberegninger rent faktisk virker legitimerende på en beslutning. "Black box"-fremtrædelsesformen skyldes en kombination af to forhold. Dels er anvendelsen af matematik i modelleringsprocessen som nævnt med til at indsnævre kritikbasen, ikke mindst blandt de indirekte modelbrugere, dels er de makroøkonometriske modeller—herunder ADAM—med deres status af ad-hoc modeller og i praksis begrænsede adgang til datagrundlaget svært tilgængelige for offentlig kritik (jvnf. afsnit 2.3.2), selv fra folk, der er i besiddelse af den nødvendige kompetence, og således tilhører kritikbasen. At modelberegninger virker legitimerende skyldes blandt andet, at mange mennesker udover matematiksræk også har en voldsom respekt for matematik i anvendelse. Det kan, som nævnt i afsnit 2.3.2, skyldes, at mange mennesker tidligt har oplevet anvendt matematik i situationer, hvor forholdet til virkeligheden er rimeligt afklarede og modellerne ofte teoriaffedte (f.eks. områder som fysik, kemi samt købmands- og rentesregning), uden at have haft den nødvendige modelteoretiske forståelse at stå imod med. Ved både

at øge "black box"-fremtrædelsesformen og legitimeringsfunktionen er brugen af matematik altså med til at øge risikoen for, at magtkamperspektivet bliver dominerende i brugen af makroøkonometriske modeller som ADAM.

At det ikke er en mulighed, der er grebet ud af luften ses af følgende citat fra Anders Ølgaard, fra Det Økonomiske Råd:

Der kan naturligvis være grund til at understrege det banale faktum, at resultaterne ikke er mere værd end bl.a. de forudsætninger, der er gjort. Dette gælder ikke blot spørgsmål om valg af exogene variable, f.eks. den forventede vækst i udlandet. Men—mere interessant ud fra denne artikels synspunkt—modelarbejdet befinder sig i dag på et sådant stade, at det i forbindelse med enhver ny analyse er nødvendigt at "trimme" modellen med særligt henblik herpå. Hermed foreligger der—i hvert fald teoretisk—muligheder for at manipulere med modellen i arbejdets mere tekniske (og for udenforstående ofte uigennemskuelige) faser. [24, p 141]

Citatet omhandler ganske vist det Økonomiske Råds nationaløkonomiske model SMEC, og oven i købet fra tidligt i dennes udvikling, men der er ikke noget der peger på, at sådanne muligheder ikke gælder den nutidige ADAM-version. Tværtimod er vores problemer med at få lov til at kigge i "den sorte box" med til at sandsynliggøre, at muligheden findes.

Handlingskonsekvenser

Resultatet af en teknologisk undersøgelsesproces vil som nævnt ofte være en handling. Man undersøger noget, man konkluderer noget, og man gør noget. Til en undersøgelsesproces hører et sæt af mulige handlingskonsekvenser. Når man bruger matematik, ændrer man dette sæt hen i retning af ting, der kan evalueres i den matematiske model. Hvis det *rationelle perspektiv* på modelbrug er dominerende, betragtes dette ikke som noget problem. Med dette perspektiv mener man nemlig, at menneskelig adfærd i princippet *kan* optimeres v.h.a. retningslinier fundet ved en matematisk analyse. Udgangspunktet er den såkaldte rationelle forventningsdannelse, ifølge hvilken mennesker reagerer forudsigeligt på et givet grundlag, og styres af rationelle beslutninger. Modellernes styrke er herefter, at de kan give en mere præcis viden om, hvordan anvendelsen af forskellige politiske instrumenter vil påvirke målopfyldelsen, altså helt i overensstemmelse med citatet fra dokumentationen til ADAM i indledningen til dette kapitel. Med dette perspektiv bliver

modellerne et apolitisk stykke teknologi, der tjener fællesskabets interesser. Hvis man fører denne tro tilbage til opbygningen af en model som ADAM, må det betyde, at man ikke mener, der går noget tabt under systemafgrænsningen eller i matematiseringen. Og en sådan holdning kan dårligt skyldes andet end manglende indsigt i modelteoretiske sammenhænge!

5.3 Delkonklusion

Som sammenfatning af det foregående kan vi sige følgende. At brugen af matematik spiller en speciel rolle kan underbygges med, at det indvirker på alle niveauer i processerne omkring ADAM som model. Det er medvirkende til at udvælge det virkelighedsudsnit, der skal modelleres, og det medvirker til at sløre hvilke valg, der er foretaget. På denne måde giver brugen af matematik modellen en fremtrædelsesform, der udefra set ikke er forskellig fra matematiske modeller i fysikken, og som derfor kan medvirke til at "låne" legitimitet fra områder, hvor det teoretiske fundament for modellering er væsentligt stærkere end ved økonomi. ADAM profiterer med andre ord uberettiget på den høje status, matematiske modeller kan have i andre sammenhænge.

Samtidig spiller matematikken væsentlige roller i den måde ADAM indgår i en social sammenhæng på. Alt efter hvilke perspektiver man tror på dominerer, vil man med rimelighed kunne tro på, at brugen af matematiske modeller i undersøgelsen af et problem indvirker på alle de fire omtalte elementer i en teknologisk erkendeproses: problemidentifikation, kritikbase, argumentationsstruktur og handlingskonsekvenser. Ved at se brugen af ADAM på denne baggrund får vi et billede af, hvordan den som model indgår i den demokratiske proces. Den medvirker til at bestemme hvilke problemer, der skal fokuseres på, ved at kræve nye færdigheder virker den begrænsende på mængden af mennesker, der kan blande sig i debatten, og med sin legitimerende funktion påvirker den strukturen af de argumenter, der bruges i debatten, og de handlingskonsekvenser, der er åbne. Selv om de fire elementer ikke nødvendigvis er fyldestgørende for en teknologisk undersøgelse, er de i hvert fald væsentlige faktorer. Anvendelsen af matematik indvirker altså på afgørende punkter på undersøgelsen af et problem, og dermed på den rolle ADAM får.

Lad os slutte dette kapitel med at se, hvad vi efter at have analyseret ADAM fra en modelteoretisk synsvinkel kan sige om de forventninger, vi indledningsvis formulerede som hypotese 2 med to tilhørende delhypoteser, jvnf. afsnit 1.3.2:

Delhypotese 2.1: Brugen af matematik i forbindelse med ADAM udgør et specielt problem, når det drejer sig om dens virke som redskab til at undersøge mulige handlinger, idet matematikken påvirker den politiske debat på centrale områder, der for mange mennesker ikke er erkendt.

På dette punkt har analysen kun bekræftet vores fordomme om ADAM. At brugen af matematik i.f.m. ADAM påvirker den politiske debat virker evident, og at de fremhævede elementer er centrale områder har analysen også kun bekræftet. At mange mennesker ikke er klar over disse forhold må stadig stå som en påstand, da vi bevidst ikke har analyseret hverken den konkrete brug af ADAM eller folks faktiske oplevelse af modellens rolle. Matematikkens rolle i.f.m. ADAM virker dog ikke som værende erkendt blandt størstedelen af i hvert tilfælde de indirekte brugere. Dette kan hænge sammen med vores anden påstand:

Delhypotese 2.2: Hovedparten af modelbrugerne har ikke de nødvendige teoretiske kvalifikationer til at vurdere validiteten af fremskrivninger og konsekvensberegninger foretaget med ADAM.

En veldokumenteret be- eller afkræftelse kan vi ikke komme med, igen fordi vi ikke konkret har spurgt folk om deres oplevelser i.f.m. ADAM. Men vi kan pege på et forhold, der sandsynliggør påstanden. Nemlig at mange mennesker slet ikke er bevidste om, at indsigt i matematisk modelteori er en kvalifikation i sig selv, og—som vores analyse har vist—i relation til ADAM en helt nødvendig kvalifikation.³ Det kan derfor ikke undre, hvis folk generelt ikke har en tilstrækkelig viden på dette område. Derudover har vi selv erfaret, at modelteoretisk indsigt nok er nødvendigt men ikke tilstrækkeligt; der kræves herudover en betragtelig indsigt i teoretisk makroøkonomi. Dette sandsynliggør delhypotesen endnu mere.

Hypotese 2: ADAM's opbygning som EDB-baseret matematisk model med dens størrelse og kompleksitet gør, at teorigrundlagets begrænsninger sløres. Denne opbygning gør endvidere en demokratisk stillingtagen til modellens fremskrivninger og konsekvensberegninger umulig.

³At dette er tilfældet bekræftes bl.a. af Bent Anker Nielsens artikel [20]. Heri argumenteres der for, at matematisk opkvalificering af befolkningen ikke vil hjælpe på muligheden for at evaluere brugen af de makroøkonometriske modeller, bl.a. fordi den nødvendige matematiske kunnen ikke er så stor endda, og derfor ikke udgør det primære kvalifikationsmæssige flaskehalsproblem. Vurderet som snævert beregningsteknisk matematisk kunnen er det ikke helt forkert, men Anker Nielsen nævner slet ikke modelteoretisk kunnen som en matematisk kvalifikation.

Den første del af hypotesen bekræftes af, at to forhold gør sig gældende. For det første kan ADAM uden diskussion klassificeres som en ad-hoc model, hvilket betyder, at det er svært selv for eksperter på området at sige noget generelt om graden af indsigt bag de modellerede sammenhænge. Som nævnt i et tidligere citat af Per Kongshøj Madsen ligger denne viden placeret på et kontinuum fra "meget sikker viden" til "total uvidenhed". For det andet gør ADAM's størrelse og kompleksitet den databaserede kontrol, der herefter er eneste mulighed, så uoverskuelig, at en modelanalytisk begrundet vurdering af modellen samlet set er umulig. Eksperters fingerspidsfornemmelse kan give et godt bud, men en gennemgående helhedsanalyse tvivler vi på at der er nogen der kan give, ikke engang modelkonstruktørerne selv.

På denne baggrund er det selvsagt også umuligt for gruppen af indirekte modelbrugere, d.v.s. hovedparten af befolkningen, at lave en nøjagtig vurdering af konkrete modelfremskrivninger og konsekvensberegninger, som det ville være krævet i et utopisk demokratisk idealsamfund, hvor alle er fuldt oplyste om-alt. Men en fornemmelse for modelleres forskellige status, og et overordnet indblik i konsekvenserne af at bruge matematiske modeller, d.v.s. en vis modelteoretisk indsigt, ville gøre, at mange flere havde mulighed for at vurdere, på hvilket *niveau* tiltroen til modellens beregninger skulle ligge.

Kapitel 6

Diskussion og konklusion

Projektets overordnede spørgsmål er, om det er hensigtsmæssigt at anvende resultater fra ADAM i den offentlige debat. I dette kapitel vil vi gøre scoren op, og prøve at samle de resultater vi har nået undervejs. Diskussionen er struktureret som en række overvejelser omkring mulige motiver til at ADAM anvendes. Herefter vil vi give et svar på i hvilken grad og på hvilke måder arbejdet med modellen har sat os i stand til at konkludere i forhold til problemformuleringen.

6.1 Diskussion

Vi har ikke i projektet gjort så meget ud af argumenterne *for* brugen af ADAM. Dette skyldes mest, at vi ikke har fundet mange sådanne argumenter, der var af matematisk karakter. Det væsentligste argument er, at man ved at formulere modellen i et matematisk sprog har givet os mulighed for at kigge på den. Denne mulighed ville vi ikke have haft, hvis den var formuleret i rene økonomiske termer. Så for os—der besidder matematisk indsigt—har matematikkens sprog hjulpet til at klargøre, hvad det er der foregår. Hvad det imidlertid ikke svarer på, er hvorfor man gør som man gør i ADAM.

Derfor har vi valgt at bygge dette afsnit op som en liste af tænkelige motiver bag brugen af makroøkonometriske modeller, herunder specielt ADAM. For hvert enkelt motiv går vi derefter ind og diskuterer argumentet i lyset af vores egne resultater.

Rationelle beslutninger

I ADAM dokumentationen finder vi følgende citat, under overskriften 'Modellen og dens brug':

Modellen er et værktøj til brug ved analyser af økonomien, især til vurdering af konsekvenser af økonomisk-politiske indgreb. Sådanne vurderinger er et nødvendigt led i den samfundsøkonomiske planlægning. [36, p. 11]

Dette stemmer godt overens med Per Kongshøj Madsens rationelle perspektiv, som omtalt i afsnit 5.2 (side 77). Her handler det netop om at modellen skal levere et rationelt grundlag for de samfundsøkonomiske beslutninger.

Men hvordan går det så i ADAM med at leve op til sådanne mål?

Vi har fundet mange kritiske røster i den litteratur, vi har læst. En af de mest markante er Bernhelm Booß, der angriber den fundamentale ide om at lave modeller, man kan se ikke passer, for derefter at forsøge at lappe dem, hver gang deres forudsigelser ikke passer. Han sammenligner disse tilføjelser med de tilpasninger man lavede af det ptolemæiske system for planeternes bevægelse. Det ptolemæiske system havde jorden som universets centrum, og forventede at de himmelske legemer bevægede sig i cirkler. Da dette viste sig ikke at stemme med de praktiske observationer, blev modellen udvidet med nogle mindre overlejlrede cirkler, såkaldte *epicykler*, for at få det til at passe bedre. Dette blev gentaget hver gang man opdagede nye uoverensstemmelser mellem modellen og virkeligheden [10].

At der er noget om snakken, kan ses af følgende citat fra Kirsten Hermann og Mogens Niss' bog om det Økonomiske Råds modstykke til ADAM. De skriver i 1982 om beskæftigelsesmodellen i SMEC:

Ingen, heller ikke modelbyggerne, vil hævde at beskæftigelsesmodellen udtrykker en for et vestligt økonomisk system gældende naturlov. Dette understreges af at modellen [...] er ude af praktisk brug, fordi den ikke har givet tilstrækkeligt nøjagtige resultater for de seneste år. [4, p. 80]

I forbindelse med Ptolemæus' model, og den konkurrerende fra Kopernikus, der havde solen i centrum med planeterne rundt om, er der en vigtig pointe i, at det ikke var sådan, at Kopernikus' model var Ptolemæus' overlegen i forudsigelseskraft. Men alligevel vil vi i dag sige at Kopernikus' model

indeholdt mere forståelse af de rette sammenhænge. Det er altså ikke sådan at man kan benytte en models forudsigelseskraft til at afgøre, om den har et fornuftigt billede af det virkelighedsudsnit, den modellerer. Og hvis man ikke har en tro på at modellen fanger nogle essentielle sammenhænge, har man ikke meget at have sin tiltro, til at den vil levere fornuftige forudsigelser, i.

Alt dette skal ses sammen med vores overvejelser om grundlagsproblemer af matematisk art, jfr. afsnit 4.2, og de relativt store usikkerheder vi fandt ved at overveje variansen for de endogene variable U_a og l_{na} , jfr. afsnit 4.3.3. Der er altså fra matematisk hold begrundet tvivl om, hvorvidt det faktisk er et rationelt grundlag, der leveres med ADAMs beregninger.

Man kan hævde, at det rationelle grundlag er et ideal, mens kritikken går på den aktuelle situation, og at ADAM vil komme tættere på dette ideal, når bare den bliver "forfinet" noget mere. Der er dog ikke nogen garanti for, at udviklingen faktisk går mod denne idealtilstand. Det kan meget vel tænkes, at der er noget ved naturen af økonomisk videnskab, der forhindrer at man opnår en næsten perfekt forståelse af sammenhængene, en forståelse der må være forudsætningen for en forudsigelsesmæssig næsten perfekt model.

En anden forudsætning er, at der ikke går noget væsentligt tabt ved systemafgrænsningen og matematiseringen under opbygningen af modellen, eller at man uden problemer kan tage hensyn til eventuelle tab på denne konto, hvilket—som der er argumenteret for i afsnit 5.1—på ingen måde er foreneligt med de analyser af modelleringssituationen, vi har beskæftiget os med.

Erfaringsopsamling

Som citatet fra ADAM-dokumentationen i indledningen til kapitel 5 (side 69) viser, er et væsentligt argument for ADAM's berettigelse, at den fungerer som en opsamling af erfaring og empirisk forskning. Der er imidlertid både forhold der taler for og imod at lade denne erfaringsopsamling foregå indenfor rammerne af en matematisk formalisme. På den ene side opnår man en stor klarhed i kraft af den matematiske formalisme. Alt hvad der bliver en del af modellen kommer til at stå klart og utvetydigt. På den anden side er netop denne klarhed med til at udviske forskelle i erfaringernes natur. 'Sikre' teoretisk funderede sammenhænge fremtræder på præcis samme måde som rene ad-hoc sammenhænge. I et af modelgruppens arbejdsrapporter om ligningerne for beskæftigelsen i de forskellige erhverv (Q_j) gennemgås, hvorledes man har forsøgt at bestemme en måde at opdele estimationsperioden fra 1961 til 1987 efter, så man, ved at estimere forskellige værdier i hvert af delintervallerne,

kunne få værdierne for produktivitsleddet til at passe bedre, jvnf. afsnit 3.4.1. Vi citerer:

I papiret forsøges det at afhjælpe de store fremskrivningsproblemer, der er med de nuværende beskæftigelsesrelationer. Der er tale om rene lappeløsninger indtil der forhåbentlig ligger en mere tilfredsstillende endogenisering af produktiviteten i forbindelse med estimation af produktionsfunktionerne.

Fremskrivningsproblemet kan i et vist omfang afhjælpes ved at tillade variationer i produktiviteterne enten i form af et tidspolynomium, eller ved at opdele den historiske periode i delperioder, med signifikant forskellig produktivitetsvækst. [40, p. 1]

Værdien af erfaringsopsamlinger falder unægteligt, når det er denne type af erfaringer, der ligger bag. Og citatet er vel at mærke ikke en del af den overordnede-præsentation af ADAM, der gives i hoveddokumentationen, men en tekst, der skal rekvireres særskilt fra Danmarks Statistik. Det er derimod følgende citat, der viser at erfaringsmotivet har en høj placering i modelgruppen:

Den systematiske opsamling af erfaringer, som modellen er udtryk for, sikrer en stadig forbedring af grundlaget for den samfundsøkonomiske planlægning. Når først en erfaring er bygget ind i modellens ligninger, forsvinder den ikke uden videre igen. [36, p. 11].

Der er dog al mulig grund til at sætte spørgsmålstegn ved værdien af erfaringer, der er fundet som rene tilpasninger af fortiden. For hvilke overvejelser skulle give antydningen af den generalitet, der skulle sikre erfaringernes anvendelighed på andre problemer?

Et grotesk til lejligheden konstrueret eksempel på meningsløs erfaringsopsamling kunne være følgende matematiske model for oversvømmelser i en fiktiv norsk by, der i parentes bemærket har haft to oversvømmelser i dette århundrede, i 1919 og i 1951:

$$S = (t - 1919)^2(t - 1951)^2.$$

S udtrykker sikkerheden ved at blive i byen, og det bemærkes at denne netop er 0 i de to katastrofear, $t = 1919$ og $t = 1951$. Alle forudsigelser med modellen har været succesfulde, idet den har forudsagt, at der siden 1951

burde være en stigende sikkerhed, hvilket netop passer med at der ikke har været oversvømmelser siden. Og skulle der—mod modellens forudsigelser—komme en oversvømmelse i 1996, kan vi nemt opsamle den nye erfaring i en revideret model:

$$S = (t - 1919)^2(t - 1951)^2(t - 1996)^2.$$

Erkendelse

Hvor motivet om at opsamle erfaringer som ovenfor nævnt kom til at lide under, at erfaringernes kvalitet blev skjult af matematiseringen, har vi med motivet *erkendelse* forsøgt at fange ønsket om at få indsigt i økonomiske sammenhænge ved opstilling og analyse af modellen. Her bliver modellen altså et værktøj til at beskrive og organisere fænomener, så sammenhængene bliver lettere at forstå [31, p. 36-7].

Dette er ikke en begrundelse, der træder frem i ADAM dokumentationen, hvor der mere er lagt vægt på at modellens ligninger passer med de historiske data. Så hvis motivet eksisterer, har det ikke nogen høj prioritet. Dette forhold er ikke så mærkeligt, for ADAMs størrelse og kompleksitet gør det vanskeligt at overskue, hvad der foregår, og dermed også at erkende underliggende sammenhænge fra den.

Fra vores tanker i kapitel 4 synes vi dog alligevel, at der kunne gøres noget for at vride noget erkendelse ud af modellen. Hvis de matematiske analyser gik mere efter at undersøge hvordan modellen opfører sig både under tænkelige og utænkelige vilkår, kunne man måske blive i stand til at finde nogle af de begrænsninger, man bevidst og ubevidst har skabt. Det kunne for eksempel ske ved at prøve at få klarhed omkring modellens definitionsområde, d.v.s. de værdier af indgående variable, for hvilke ligningssystemet har en løsning, hvilket ville være en kilde til indsigt om forholdet mellem modellen og virkeligheden. Vi har ingen viden om i hvilket omfang dette bliver eller er blevet gjort, men vi har ikke fundet nogen antydninger af, at det er tilfældet.

Konsensusdannelse

Som omtalt i kapitel 5 angiver Per Kongshøj Madsen, at et muligt motiv for anvendelsen af en model som ADAM kan være, at den medvirker til at skabe konsensus om, hvad der faktisk er problemet. På denne måde bliver den et fælles grundlag at føre forhandlinger på, når forskellige interesser skal nå til en fælles beslutning. Denne holdning kommer lidt til udtryk i

det citat fra dokumentationen, der er nævnt under motivet om rationelle grundlag for beslutninger: *Sådanne vurderinger er et nødvendigt led i den samfundsøkonomiske planlægning.*

Men som nævnt i kapitel 5, er brugen af matematik ikke et neutralt redskab i.f.t. hvilke problemer, der faktisk bliver undersøgt. De nævnte vurderinger vil derfor være underlagt, at de skal passe ind i modellens univers. Derfor vil de kun være svar i det omfang spørgsmålet passer ind i samme univers. Så matematikkens evne til at sløre de afgrænsninger, der er foretaget, er med til at gøre det mindre synligt at der i en eller anden forstand er sat hegn om diskussionen.

Kommunikationsmiddel

Et andet argument for at benytte ADAM kunne være, at den, via sin matematiske formalisme, kan virke som et middel til klar og entydig kommunikation. Vi citerer igen fra dokumentationen:

Endelig sikrer de høje krav til konsistent formalisering i sig selv, at beregningsarbejdet er veldokumenteret. Det er med andre ord blevet lettere—også for udenforstående—at gå et beregningsresultat efter i sømmene. Den offentlige debat har i de senere år budt på flere eksempler på dette. [36, p. 11]

Et åbentlyst problem ved dette argument er dog den manglende tilgængelighed omtalt i afsnit 4.1. Både problemet med, at udregninger på ADAM koster et absolut ikke-symbolsk beløb, og et problem med i hvilket omfang de præcise omstændigheder ved en beregning altid bliver fremlagt sammen med dens resultat, sætter ovenstående citat i et andet perspektiv. For det er jo en forudsætning at man har adgang til modellen og kender værdien af samtlige eksogene variable, inklusiv justerings og korrektionsled, for at man kan eftergøre en beregning. Med dette udgangspunkt reduceres dokumentationens forståelse af gruppen "udenforstående" til at være så smal, at det vækker bekymring.

Men selv om man har alle konstanterne, samt en version af ADAM, og de nødvendige færdigheder til at få det hele til at virke, er det stadig en forudsætning, at man tror på modellens verdensbillede, hvis denne type af kontrol skal være relevant. Og hvis effekten af at modellen bruges af nogen i den offentlige debat bliver, at man skal understøtte sine argumenter med modelberegninger for at blive taget alvorligt, er dette et alvorligt problem.

Netop denne problemstilling er taget op af Stuart Dreyfus i [12], hvor han argumenterer imod, at blotlæggelsen af sammenhænge og forudsætninger i form af en matematisk model giver eksperter bedre muligheder for rationelt at diskutere påstande:

I shall argue that the analytic decomposition of a prediction or decision problem into component state variables, dynamical relations, probabilities, utilities and trade-offs in the name of rationality and scientific clarity, in many cases renders expert judgment and wisdom inoperative. It thereby encourages misguided argumentation about irrelevant issues on which none of the presumably wise participants are, or need be, informed. The underlying assumption of formal modeling is that true understanding and expertise can and should be made explicit, whereas, I shall contend, a close examination of human deep understanding and skilled behavior shows just the opposite. Only novices know exactly what it is they know and how it is that they know it. Experts, on the other hand, know how to do things, but not why they should be done that way. Experience has taught experts what does and what does not work out, but not why. In short, Knowing how cannot be reduced to Knowing that. [12, p. 38]

Legitimering

Motivet til at anvende en model som ADAM kunne også være at legitimere beslutninger, der er truffet ud fra andre overvejelser. I dette lys bliver modellen et redskab i en magtkamp, som beskrevet i afsnit 5.2. Hvis det skal være muligt kræver det selvfølgelig, at man kan få modellen til at sige næsten hvad som helst, eller at man kan selekttere meget i, hvilke resultater man offentliggør.

For at legitimeringen skal virke, er det nødvendigt at modellen har en vis status, så der ikke er almindelig enighed om, at dens resultater er det rene nonsens. Derfor er det vigtigt at bevare respekten om modelleringen, som en videnskabelig opgave. På den anden side hviler muligheden for at benytte modellen som redskab i en magtkamp også på, at det ikke er alt for nemt for "modstandere" at bruge modellen til at gøre det samme mod en selv. Så modellen skal gerne både bevare sin videnskabelighed og dermed åbne og kontrollerbare status, samtidig med at denne kontrol ikke bliver alt for nem.

ADAM rammer meget pænt denne balance. Dokumentationen [36, 37] sikrer, at der på en række områder er et rimeligt højt niveau af åbenhed, og frem-

stiller den videnskabelige proces bag modelleringen. Men prisen og de mere færdighedsmæssige blokader sikrer, at ikke hvem som helst faktisk går den efter i sømmene. Dette gælder i endnu højere grad for foretagne beregninger, idet det også her bliver et problem at skaffe de præcise konfigureringer.

Vi kan selvfølgelig ikke sige, at et sådant motiv derfor eksisterer hos brugerne af ADAM. Men vi kan sige, at betingelserne for det er opfyldt. Og igen er brugen af matematik ved sin indflydelse på argumentationsstrukturen med til at forbedre disse betingelser.

Magt og indflydelse

Til sidst kan vi som motiv tænke os et ønske om at fremme personlige ambitioner, ved at benytte ADAM som et redskab til at opnå magt og indflydelse, svarende til Per Kongshøj Madsens teknokratiperspektiv.

Dette har mange fællestræk med legitimeringsmotivet, blot er det ikke brugerne der legitimerer sig overfor modstanderne i den politiske debat, men teknokraterne bag ADAM, der legitimerer deres egen position ved at levere de rigtige ekspertudtalelser. På denne måde tilkæmper de sig magt og indflydelse, idet deres udtalelser bliver bestemmende for hvorledes politikerne og andre handler.

Nøglen til denne magt er her en monopolisering af indsigt, der gør det vanskeligt for andre at kritisere de resultater, der bringes. Dette er underlagt de samme begrænsninger som legitimeringsperspektivet om, at modellens status skal bevares, og der kan igen argumenteres for, at der i ADAMs tilfælde eksisterer en bevidst skabt balance.

6.2 Konklusion

I kapitel 1 formulerede vi følgende problem som det styrende for arbejdet med dette projekt:

Problemformulering: *Er det, vurderet ud fra en bred matematisk synsvinkel, fornuftigt at bruge beregninger foretaget v.h.a. den makroøkonomiske model ADAM som et led i den offentlige politiske debat i Danmark?*

Dette problem har vi efterfølgende angrebet fra to sider: En indre matematisk og en modelteoretisk.

I delkonklusionen efter den indre matematiske tilgang i kapitel 4 bekræftede vi vores hypotese om, at den statistiske usikkerhed på de af ADAM beregnede værdier for de centrale endogene variable giver en fejlmargen, som kunne danne basis for ændret politisk stillingtagen.

Ligeledes bekræftede vi i delkonklusionen efter den modelteoretiske tilgang i kapitel 5 vores hypotese om, at begrænsninger i ADAM's teorigrundlag bliver sløret af matematikanvendelsen, og at en demokratisk stillingtagen til modellens beregningsresultater er umulig.

Desuden ser vi, at de rationelle og erfaringsopsamlende motiver i vores diskussion står væsentligt svagere end de, i forhold til et demokratihensyn, mindre hensigtsmæssige motiver.

På denne baggrund mener vi at have sandsynliggjort, at svaret på det initierende problem er *nej*. Den rolle, ADAM har i den offentlige politiske debat i Danmark, er vi overordentlig betænkelige ved.

6.3 Perspektivering

Som et forsøg på at imødegå ADAMs betænkelige rolle kunne det være fristende at foreslå, at man simpelthen forbyder brug af modellens resultater i den offentlige debat. Eller man kunne via lovgivning forsøge at imødegå misbrug ved at sikre sig, at de direkte modelbrugere kun angiver modelresultater som konfidensintervaller ledsaget af relevante usikkerhedsbetragtninger. Forslag som disse er imidlertid både urealistiske at tro på kan gennemføres i praksis, og udtryk for regelstyring med en detaljeringsgrad, der er helt ødelæggende for et moderne demokrati som det danske. Vi vil derfor afslutte projektet med at komme med nogle andre forslag, som vi mener alle er realistiske at gennemføre, og som vil bidrage til at mindske det demokratiske problem forbundet med brugen af en model som ADAM.

Flere faggrupper repræsenteret

Det første forslag er det, der på kort sigt mest direkte anviser til handling, og er nemmest at realisere. Det går i al sin enkelthed ud på, at der blandt de folk, der opbygger og vedligeholder en matematisk model med ADAMs størrelse og kompleksitet, burde være dækning for alle de kompetenceområder, vi mener er nødvendige for at kunne bygge og bruge en sådan model fornuftigt. Det drejer sig om a) konkret indsigt i det modellerede fagområde, i ADAMs tilfælde makroøkonomi, b) statistisk kompetence m.h.p. korrekt

brug af regressionsanalyse, c) traditionelle matematiske færdigheder m.h.p. undersøgelse af definitionsområde, entydighed af løsninger m.v., og d) matematisk modelteoretisk indsigt m.h.p. også at sikre opmærksomhed omkring de mere skjulte effekter af modelleringsprocessen. Konkret i.f.t. ADAM viser analyserne i kapitel 4 og 5, at b), c) og d) ikke i tilstrækkelig grad er repræsenteret i modelgruppen på Danmarks Statistik. I den nuværende situation burde der derfor ansættes nogle statistikere og matematikere i gruppen, der så vidt vi har fået oplyst er befolket af teknisk interesserede cand.polit'ere.

Forslaget her skal ikke ses som et signal om, at vi mener tekniske og modelteoretiske overvejelser er det primære i forbindelse med matematisk modellering. De fagspecifikke overvejelser, der går forud herfor, er den virkelig kreative del af processen, og uden dem er der ingen berettigelse for overhovedet at modellere. Men som vi ser situationen i.f.t. ADAM, er det nødvendigt med en opprioritering af de øvrige kompetencer.

Konkurrerende videnscentre

For at mindske muligheden for at bruge ADAM i et teknokratisk eller magtkampsmæssigt perspektiv kan man bryde vidensmonopolet ved at sikre, at der eksisterer flere alternative kilder i en situation, hvor der efterspørges konsekvensberegninger. Eller med andre ord: Understøtte at der er flere konkurrerende modeller.

Dette er et punkt, hvor der allerede er gjort en indsats, idet Det Økonomiske Råd bl.a. er oprettet med dette formål, og deres model SMEC fungerer i denne rolle. Man kunne imidlertid godt bruge en autoritet, der var forlenet med statsmagts opbakning, på samme måde som Det Økonomiske Råd, men som ikke baserede sig på modelberegninger. Dette ville give et forum for modelkritiske røster, og kunne opfattes som en økonomisk pendent til Det Lægeetiske Råd.

Opkvalificering af de indirekte modelbrugere

En anden måde at forhindre misbrug af ADAMs magt, ville være at gøre alle de indirekte modelbrugere bedre i stand til at vurdere dens resultater og—ikke mindst—forudsætningerne bag disse. Man kunne håbe, at dette ville fjerne falsk legitimitet, og give os alle sammen et bedre billede af modellens muligheder og begrænsninger. Det første sted, man kunne gøre en indsats, var at sætte modelteoretiske overvejelser på programmet i skolesystemet. Da

matematiske modeller bliver brugt mange steder i samfundet, ville kompetence i at vurdere deres status og pålidelighed række langt ud over ADAM og økonomi, til almindelig gavn for en demokratisk udvikling.

Modelaspektet i matematik, som det bl.a. indgår i den nye gymnasiereform fra 1988, ser vi som en meget positiv udvikling på dette område. Hvis det lykkes at implementere det, så undervisningen bliver i overensstemmelse med intentionerne, og ikke degenererer til udelukkende at handle om tekniske modelfærdigheder, vil dette være et godt skridt på vejen.

Krav om fuld tilgængelighed

Hvis forbedringer på nogle af de øvrige områder skal have fuld effekt, er det imidlertid en forudsætning, at ADAM i fuldt omfang bliver offentligt tilgængelig. Dette kan, i vores øjne, formuleres i følgende krav:

Dokumentation: Dokumentation skal være fuldstændig, således at det er muligt med en tilstrækkelig stor indsats at undersøge i detaljer, hvad det præcis er ADAM gør. Dette indebærer blandt andet, at alle overvejelser om modellen skal være tilgængelige, i virkeligheden svarende til, at alle trin i modelleringen skal dokumenteres. Der skal både gøres rede for de grundlæggende teorier og for de valg, der er truffet ved systemafgrænsningen og ved matematiseringen. Muligheden for en sådan fuldstændig dokumentation vil blive forbedret, hvis forslaget om forskellige faggruppers repræsentation i modelgruppen på Danmarks Statistik føres ud i livet.

Hvilke krav til forkundskaber dokumentationen kan stille er problematisk, men målet må være at bringe det så tæt som muligt på noget, der kan forstås af størsteparten af befolkningen efter endt uddannelse. Det er indlysende, at dette mål er nemmere at nå jo større grad af generel opkvalificering, der har fundet sted.

Forudsætninger for beregninger: Alle beregninger bør have offentligt tilgængelige forudsætninger i et sådant omfang, at man kan gentage beregningerne andetsteds. Dette vil modvirke "black box" brug, ved at give mulighed for at føre debatten tilbage til hvilke forudsætninger der er for, at et givent forslag giver et bestemt resultat.

Hvorledes dette i praksis skulle gennemføres, er ikke noget nemt spørgsmål at svare på. Men en tydelig og gentagen påpegen af, at en modelberegning, der ikke skilter med, og hvis krævet kan påvise, fuld åbenhed

om forudsætningerne, skal opfattes som "pure opspind og vildledning", fremført fra alle officielle instanser der har med modellen at gøre, ville måske have en positiv effekt.

Som et rent praktisk forslag kunne man—i forbindelse med informationssamfundets udbredelse—gøre datafiler med forudsætninger tilgængelige på Internettet, som de fleste højere læreanstalter er tilknyttet. Dette ville sikre, at det var nemt at få adgang til sådanne data.

Adgang til egne beregninger: I ADAMs barndom i de tidlige halvfjerdserne kunne der være praktiske problemer forbundet med at give alle adgang til at foretage egne beregninger på ADAM, idet den krævede EDB kapacitet ikke var almindeligt tilgængelig. Imidlertid har den teknologiske udvikling af PC'ere overskredet denne forhindring, da ADAM faktisk kan gennemregnes på en almindelig mellemstor PC. Derfor er det et rimeligt krav, at grupper og enkeltpersoner, der har lyst til at blande sig i debatten, får lejlighed til at foretage egne beregninger. Hele ADAM modellen bør altså være tilgængelig i en form, så hvem som helst med en PC kan checke beregninger, og gennemregne egne alternativer. I lighed med beregningsforudsætningerne kunne dette gøres tilgængeligt gennem Internettet.

Bilag A

AREMOS udregninger

Dette appendix indeholder listninger af de AREMOS programmer, vi har benyttet til beregningerne i kapitel 4. Der er ikke nogen kommentarer, de skal blot opfattes som dokumentation.

```
!
! Equation 554, lna
!
set per 50 87;
equ <AUTOFIT off CONSTANT on> e554 log(lna/lna[-1]) = !
    .5*log(pxn/pxn[-2]), !
    .5*log(((pcp/pxn)/(pcp[-2]/pxn[-2]))/((1-tss0u)/(1-tss0u[-2]))), !
    log(kqyfn/kqyfn[-1]), !
    log(lnak[-2]/(pyfn[-2]*kqyfn[-2])), !
    bul[-1], !
    btyd[-1] ;
fit <coeff covar>;

!
! definer lister af erhverv
!
list erhv = nea,nef,nfa,nff,nna,nnf,nba,nbf,nma,nmf,nta,ntf,nka,nkf,nqa,nqf,ba,bf;
list aferhv = ne,nf,nn,nb,nm,nt,nk,nq,b ;
list rerhv = qh,qs,qt,qf,qq ;

!
! definer varianser for parameterestimer i Qj ligninger
! fra ADAM dokumentationen
!
set period 1991 1994 ;
series varba = 4.462e-03 repeat 4 ;
series varbf = 2.465e-02 repeat 4 ;
series varnba = 2.381e-03 repeat 4 ;
series varnbf = 3.446e-03 repeat 4 ;
series varnea = 1.096e-02 repeat 4 ;
series varnef = 1.245e-02 repeat 4 ;
series varnfa = 1.190e-02 repeat 4 ;
series varnff = 9.428e-03 repeat 4 ;
series varnka = 5.883e-03 repeat 4 ;
series varnkf = 8.593e-03 repeat 4 ;
series varnma = 2.381e-03 repeat 4 ;
series varnmf = 2.905e-03 repeat 4 ;
series varnna = 2.500e-02 repeat 4 ;
series varnnf = 1.341e-02 repeat 4 ;
series varnqa = 2.581e-03 repeat 4 ;
series varnqf = 3.807e-03 repeat 4 ;
series varnta = 5.837e-03 repeat 4 ;
series varntf = 7.276e-03 repeat 4 ;
```



```

series varqf = 3.969e-03 repeat 4 ;
series varqh = 1.016e-02 repeat 4 ;
series varqq = 2.856e-02 repeat 4 ;
series varqs = 7.379e-03 repeat 4 ;
series varqt = 1.949e-02 repeat 4 ;

series parba = 0.8527 repeat 4 ;
series parbf = 0.6012 repeat 4 ;
series parnba = 0.6744 repeat 4 ;
series parnbf = 0.4309 repeat 4 ;
series parnea = 0.4369 repeat 4 ;
series parnef = 0.5748 repeat 4 ;
series parnfa = 0.8747 repeat 4 ;
series parnff = 0.6319 repeat 4 ;
series parnka = 0.7845 repeat 4 ;
series parnkf = 0.5544 repeat 4 ;
series parnma = 0.8273 repeat 4 ;
series parnmf = 0.5992 repeat 4 ;
series parnna = 0.3854 repeat 4 ;
series parnnf = 0.4661 repeat 4 ;
series parnqa = 0.7961 repeat 4 ;
series parnqf = 0.6432 repeat 4 ;
series parnta = 0.5592 repeat 4 ;
series parntf = 0.5564 repeat 4 ;
series parqf = 0.4266 repeat 4 ;
series parqh = 0.6591 repeat 4 ;
series parqq = 0.4099 repeat 4 ;
series parqs = 0.4400 repeat 4 ;
series parqt = 0.4904 repeat 4 ;

!
! Var Qj
!
for i = #aferhv ;
  series aq|i = log(fx|i*fx|i[-2]/(fx|i[-1]**2));
for j = a,f ;
  series cq|i|j = fx|i[-1]/fx|i[-2]*!
  ((hhnn1*(1-0.5*bq|i|j)/(hhnn1[-1]*(1-0.5*bq|i|j[-1]))**(-0.65));
  series varq|i|j = !
  ((q|i|j[-1]*cq|i|j*aq|i**par|i|j*log(aq|i|j))**2)*var|i|j;
end;
end;
for i = qh,qs,qt,qf,qq ;
  series aq|i = log(fx|i*fx|i[-2]/(fx|i[-1]**2));
  series cq|i = fx|i[-1]/fx|i[-2]*!
  ((hhnn1*(1-0.5*bq|i)/(hhnn1[-1]*(1-0.5*bq|i[-1]))**(-0.65));
  series varq|i = ((q|i[-1]*cq|i*aq|i**par|i*log(aq|i))**2)*var|i;
end;

!
! Var Q
!
series varQ = !
varqnea+varqnef+varqnfa+varqnff+varqnna+varqnnf+varqnba!
+varqbnf+varqnma+varqnmf+varqnta+varqntf+varqnka+varqnkf!
+varqnqa+varqnqf+varqba+varqbf+varqqh+varqqq+varqqf+varqqq;

!
! Var Ua
!
series aUa = (U1564[-1] - UU[-1])/(U1564-UU)*Q[-1];
series bUa = (U1564-UU)/(U1564[-1] - UU[-1]);
series paralpha = 0.3246 repeat *;
series varalpha = 0.003387 repeat *;

series varUa = !
((UA[-1]+UPE[-1])*bUa*log(aUa*Q)*(aUa*Q)**paralpha)**2 * varalpha !
+ ((UA[-1]+UPE[-1]) * aUa**paralpha * bUa * Q**paralpha-1)**2 * varQ;

!
! Var kqyfn
!
list E1 = Qnga,Qnea,Qnfa,Qnna,Qnba,Qnma,Qnta,Qnka,Qnqa;
list E2 = Qngf,Qnef,Qnff,Qnnf,Qnbf,Qnmf,Qntf,Qnkf,Qnqf;
list varE1 = varQnea,varQnfa,varQnna,varQnba,varQnma,varQnta,varQnka,varQnqa;
list varE2 = varQnef,varQnff,varQnnf,varQnbf,varQnmf,varQntf,varQnkf,varQnqf;
series varkqyfn = !
(1000*fyfn/(Hgn*sum(#E1)+(HA*(1-(BQnf/2)))*sum(#E2))**2)**2!
* (Hgn**2 * sum(#varE1) + (HA*(1-(BQnf/2)))*sum(#varE2));

```

```

!
! Var lna
!
set per 91 94;
series lna1 = lna[-1] ;
series kqyfn1 = kqyfn[-1] ;
series alna = (PXN/PXN[-2]) ;
series blna = (((PCP/PXN)/(PCP[-2]/PXN[-2]))/((1-tssOu)/(1-tssOu[-2]))) ;
series clna = (kqyfn/kqyfn[-1]) ;
series flna = (lnak[-2]/(Pyfn[-2]*kqyfn[-2])) ;
series glna = BUL[-1] ;
series hlna = BTYD[-1] ;
matrix par = e554.coeff ;

```

Det følgende er ikke korrekt AREMOS syntaks, idet det angivne for ikke virker. Dette problem løste vi ved at gentage blokken for hvert af de fire år, og erstatte #i med årstallet.

```

for i = 91,92,93,94;
  set per #i #i;
  matrix fs = lna1[#i:1]*alna[#i:1]**(par[1,1]/2)!
    * blna[#i:1]**(par[2,1]/2)!
    * clna[#i:1]**par[3,1]!
    * flna[#i:1]**(par[4,1])!
    * exp(par[5,1]*glna[#i:1] + par[6,1]*hlna[#i:1] + par[7,1] ) ;
  matrix tdF = [ log(alna[#i:1])/2 ] !
    || [ log(blna[#i:1])/2 ] !
    || [ log(clna[#i:1]) ] !
    || [ log(flna[#i:1]) ] !
    || [ (glna[#i:1]) ] !
    || [ (hlna[#i:1]) ] !
    || [ 1 ] !
    || [ par[3,1] / (clna[#i:1]) ] ;
  matrix dF = fs*tdF ;
  matrix cv = !
    [ e554.covar[1,*], 0 ] !
    || [ e554.covar[2,*], 0 ] !
    || [ e554.covar[3,*], 0 ] !
    || [ e554.covar[4,*], 0 ] !
    || [ e554.covar[5,*], 0 ] !
    || [ e554.covar[6,*], 0 ] !
    || [ e554.covar[7,*], 0 ] !
    || [ 0 repeat 7, varkqyfn[#i:1]/(kqyfn1[#i:1]**2) ] ;
  matrix vl|#i = dF*cv*dF;
end;
set per 91 94;
series varlna = v191, v192, v193, v194;

```


Litteratur

Om modeller, specielt matematiske

- [1] **Blomhøj**, Morten: *Modellering i den elementære matematikundervisning—et didaktisk problemfelt*, Matematisk Institut, DLH, 1992.
 - [2] **Booß-Bavnbek**, Bernhelm m.fl.: *Vurdering af matematisk teknologi*, IMFUFA tekst 164, Roskilde Universitetscenter, 1989.
 - [3] **Booß-Bavnbek**, Bernhelm & Martin Bohle-Carbonell & Glen Pate: *On the risks of technology applications at the borders of our knowledge*, fra [2].
 - [4] **Hermann**, Kirsten & Mogens Niss: *Beskæftigelsesmodellen i SMEC III*, Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck 1982.
 - [5] **Jensen**, Jens Højgaard: *Matematiske modeller—vejledning eller vildledning? II*, fra [2].
 - [6] **Leatherdale**, W.H.: *The role of analogy, model and methaphor in science*, North-Holland, 1974.
 - [7] **Moscardini**, A.O. og M. Cross: *Issues involved in the design of a mathematical modelling course*, fra Avula et. al. (red.): *Mathematical modelling in science and technology*, Pergamon Press, 1984.
 - [8] **Skovsmose**, Ole: *Ud over matematikken*, Forlaget Systime 1990.
- [] Se desuden [12], [31].

Om modeller i samfundsvidenskab

- [9] Andersen, Kim: *Regionale planlægningsmodeller*, fra [14], artikel 4.
- [10] Booß-Bavnbek, Bernhelm: *Makroøkonomiske prognosemodeller—set med matematisk-naturvidenskabelige øjne*, fra [2].
- [11] Booß-Bavnbek, Bernhelm: *Makroøkonomiske modeller—fup eller fakta?*, Samfundsøkonomen 2/90.
- [12] Dreyfus, Stuart E. & Subhabrata Sen: *Mathematical Modeling and Long Range Planning*, fra Xavier J.R. Avula m.fl. (ed.): *Mathematical Modelling in Science and Technology*, Pergamon Press, 1984.
- [13] Friedman, Milton: *The Methodology of Positive Economics*, University of Chicago Press 1953.
- [14] Jespersen, Jesper (red.): *Model og Virkelighed: træk af debatten om de makroøkonomiske modeller*, Jurist- og Økonomforbundets Forlag, 1991.
- [15] Keynes, John Maynard: *Professor Tinbergens method*, fra *The collected writings of John Maynard Keynes*, Vol. XIV, p. 306-318, MacMillan St. Martin's Press, 1973.
- [16] Keynes, John Maynard: *Two letters to Roy Harrod*, fra Daniel M. Hausman (ed.): *The Philosophy of Economics: An Anthology*, Cambridge University Press, 1984.
- [17] Madsen, Per Kongshøj: *Viden som magt. Økonomiske modeller og den politiske beslutningsproces*, fra Knudsen og Andersen (red.): *Videnskabsteoretiske grundlagsproblemer i økonomiske discipliner*, Akademisk Forlag, 1984.
- [18] Madsen, Per Kongshøj: *The politics of economic modelling*, Politiske Studier, 1991.
- [19] Moiseev, N. N. et-al.: *The Development of Mathematical Economic Methods: Results, Problems, Prospects*, Matekon; 25(1), Fall 1988, pages 54-88., 1988
- [20] Nielsen, Bent Anker: *Matematik og politiske beslutningsprocesser*, Fra [21].
- [21] *Nye krav til matematikkundskaber*, rapport fra Statens Humanistiske Forskningsråd, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter 1989.

- [22] Olesen, Finn: *Keynes' kritik af Tinbergens metode*, fra [14].
- [23] Pesaran, Hashem og Ron Smith: *Keynes on econometrics*, Fra Tony Lawson & Hashem Pesaran: *Keynes' economics*, Croom Helm, Sydney, 1985.
- [24] Ølgaard, Anders: *Om politiserende økonomer—med særlig henblik på den danske "vismands"institution*, Nationaløkonomisk tidsskrift 1977, nr. 1.
- [] Se desuden [2], [3], [4], [5], [7], [8], [29], [31].

Om økonometri og økonometriske modeller

- [25] Andersen, Ellen: *Træk af makroøkonometriske modellers historie og udvikling*, Akademisk Forlag, 1975.
- [26] Bodkin, Ronald G., Lawrence R. Klein & Kanta Marwah: *Keynes and the origins of macroeconomic modelling*, Fra Omar F. Hamouda (ed.): *Keynes and public policy after fifty years, Volume II: Theories and method*, New York University Press, 1988.
- [27] Christensen, Anders Møller: *ADAM: Nogle problemstillinger fra arbejdet med en makroøkonomisk model*, Juristen & Økonomen nr. 1, 1976.
- [28] Darnell, Adrian C. & J. Lynne Evans: *The limits of econometrics*, Aldershof: Elgar, 1990 – XVI.
- [29] Grasa, Antonio Aznar: *Econometric Model Selection: A New Approach*, chap 1, J. P. Ancot & A. J. Hughes Hallet (ed.): *Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics*, Volume 16., Kluwer Academic Press 1989.
- [30] Hallett, A.J. Hughes: *Econometrics and the theory of economic policy: The Tinbergen-Theil contributions 40 years on*, Neil de Marchi & Christoffer Gilbert: *History and methodology of econometrics*, Clarendon Press, Oxford, 1989.
- [31] Holcombe, Randall G.: *Economic models and methodology*, chap. 1-3, 10., Contributions in Econometrics and Economic History, No 99. Greenwood Press, 1989.
- [32] Madsen, Per Kongshøj: *Makroøkonomiske modeller—teori, teknik og forståelse*, Fra [21].

- [33] Madsen, Per Kongshøj & Kim Andersen: *Om modelbrug og politik*, fra [14], artikel 2.
- [34] Morgan, Mary S.: *The history of econometric ideas*, Cambridge University Press, 1990.
- [35] Wonnacott & Wonnacott: *Econometrics*, John Wiley & Sons. Inc., 1979.
- [] Se desuden [4], [10], [11], [14], [15], [16], [17], [18], [21], [22], [23], [24].

Om ADAM

- [36] ADAM—*En model af dansk økonomi oktober 1991*, Danmarks Statistik, 1993.
- [37] ADAM—*En model af dansk økonomi oktober 1991; bilag*, Danmarks Statistik, 1993.
- [38] Andersen, Ellen: *En model for Danmark 1949-1965*, Akademisk Forlag, 1975.
- [39] Andersen, Morten m.fl.: *Hvad skal ADAM stå model til*, IMFUFA tekst 177, Roskilde Universitetscenter 1989.
- [40] Thomsen, Thomas og Per Bremer Rasmussen: *ADAMs beskæftigelsesrelationer: Forsøg på at beskrive produktivitsudviklingen vha. tidspolynomier og dummy-variabler*, arbejdsrapport fra Modelgruppen, Danmarks Statistik, 1991.
- [] Se desuden [14], [18], [27], [33].

Andet

- [41] Box, George E. P.: *Statistics for experimenters*, John Wiley & Sons, 1978.
- [42] Davidson, Paul: *Is Probability Theory Relevant for Uncertainty? A Post Keynesian Perspective*, Journal of Economic Perspectives, winter 1991, vol. 5 no. 1.
- [43] Jensen, Hans Siggaard & Ole Skovsmose: *Teknologikritik: Et teknologifilosofisk essay*, Systime 1986.

- [44] **Larsen**, Jørgen: *Lineær regressionsanalyse*, IMFUFA, RUC, 1991.
- [45] **Lawson**, Tony: *Probability and uncertainty in economic analysis*, Journal of Post Keynesian Economics/fall 1988, vol. XI, no. 1.
- [46] **O'Donnell**, R. M.: *Keynes on mathematics: Philosophical foundations and economic applications*, Cambridge Journal of Economics 1990, 14.
- [47] **Tinbergen**, Jan: *Keynesiansk politik og økonometriske modeller*, fra [14].

Liste over tidligere udkomne tekster
tilsendes gerne. Henvendelse herom kan
ske til IMFUFA's sekretariat
tlf. 46 75 77 11 lokal 2263

-
- 217/92 "Two papers on APPLICATIONS AND MODELLING
IN THE MATHEMATICS CURRICULUM"
by: Mogens Niss
- 218/92 "A Three-Square Theorem"
by: Lars Kadison
- 219/92 "RUPNOK - stationær strømning i elastiske rør"
af: Anja Boisen, Karen Birkelund, Mette Olufsen
Vejleder: Jesper Larsen
- 220/92 "Automatisk diagnosticering i digitale kredsløb"
af: Bjørn Christensen, Ole Møller Nielsen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 221/92 "A BUNDLE VALUED RADON TRANSFORM, WITH
APPLICATIONS TO INVARIANT WAVE EQUATIONS"
by: Thomas P. Branson, Gestur Olafsson and
Henrik Schlichtkrull
- 222/92 On the Representations of some Infinite Dimensional
Groups and Algebras Related to Quantum Physics
by: Johnny T. Ottesen
- 223/92 THE FUNCTIONAL DETERMINANT
by: Thomas P. Branson
- 224/92 UNIVERSAL AC CONDUCTIVITY OF NON-METALLIC SOLIDS AT
LOW TEMPERATURES
by: Jeppe C. Dyre
- 225/92 "HATMODELLEN" Impedansspektroskopi i ultrarent
en-krystallinsk silicium
af: Anja Boisen, Anders Gorm Larsen, Jesper Varmer,
Johannes K. Nielsen, Kit R. Hansen, Peter Bøggild
og Thomas Hougaard
Vejleder: Petr Viscor
- 226/92 "METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING THE GLOBAL
CIRCULATION OF SELECTED EMISSIONS FROM ENERGY
CONVERSION"
by: Bent Sørensen

- 227/92 "Computersimulering og fysik"
af: Per M.Hansen, Steffen Holm,
Peter Maibom, Mads K. Dall Petersen,
Pernille Postgaard, Thomas B.Schrøder,
Ivar P. Zeck
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
- 228/92 "Teknologi og historie"
Fire artikler af:
Mogens Niss, Jens Høyrup, Ib Thiersen,
Hans Heddal
- 229/92 "Masser af information uden betydning"
En diskussion af informationsteorien
i Tor Nørretranders' "Mærk Verden" og
en skitse til et alternativ baseret
på andenordens kybernetik og semiotik.
af: Søren Brier
- 230/92 "Vinklens tredeling - et klassisk
problem"
et matematisk projekt af
Karen Birkelund, Bjørn Christensen
Vejleder: Johnny Ottesen
- 231A/92 "Elektrondiffusion i silicium - en
matematisk model"
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund,
Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen
- 231B/92 "Elektrondiffusion i silicium - en
matematisk model" Kildetekster
af: Jesper Voetmann, Karen Birkelund,
Mette Olufsen, Ole Møller Nielsen
Vejledere: Johnny Ottesen, H.B.Hansen
- 232/92 "Undersøgelse om den simultane opdagelse
af energiens bevarelse og isærdeles om
de af Mayer, Colding, Joule og Helmholtz
udførte arbejder"
af: L.Arleth, G.I.Dybkjær, M.T.Østergård
Vejleder: Dorthe Posselt
- 233/92 "The effect of age-dependent host
mortality on the dynamics of an endemic
disease and
Instability in an SIR-model with age-
dependent susceptibility
by: Viggo Andreassen
- 234/92 "THE FUNCTIONAL DETERMINANT OF A FOUR-DIMENSIONAL
BOUNDARY VALUE PROBLEM"
by: Thomas P. Branson and Peter B. Gilkey
- 235/92 OVERFLADESTRUKTUR OG POREUDVIKLING AF KOKS
- Modul 3 fysik projekt -
af: Thomas Jessen
-

- 236a/93 INTRODUKTION TIL KVANTE
HALL EFFEKTEN
af: Anja Boisen, Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen
- 236b/93 STRØMSSAMMENBRUD AF KVANTE
HALL EFFEKTEN
af: Anja Boisen, Peter Bøggild
Vejleder: Peder Voetmann Christiansen
Erland Brun Hansen
- 237/93 The Wedderburn principal theorem and
Shukla cohomology
af: Lars Kadison
- 238/93 SEMIOTIK OG SYSTEMEGENSKABER (2)
Vektorbånd og tensorer
af: Peder Voetmann Christiansen
- 239/93 Valgsystemer - Modelbygning og analyse
Matematik 2. modul
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen,
Maria Hermannsson, Allan Jørgensen,
Ragna Clauson-Kaas, Poul Lützen
Vejleder: Mogens Niss
- 240/93 Patologiske eksempler.
Om sære matematiske fisks betydning for
den matematiske udvikling
af: Claus Dræby, Jørn Skov Hansen, Runa
Ulsøe Johansen, Peter Meibom, Johannes
Kristoffer Nielsen
Vejleder: Mogens Niss
- 241/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 1
af: Bent Sørensen
- 242/93 Brovedligeholdelse - bevar mig vel
Analyse af Vejdirektoratets model for
optimering af broreparationer
af: Linda Kyndlev, Kare Fundal, Kamma
Tulinus, Ivar Zeck
Vejleder: Jesper Larsen
- 243/93 TANKEEKSPERIMENTER I FYSIKKEN
Et 1.modul fysikprojekt
af: Karen Birkelund, Stine Sofia Korremann
Vejleder: Dorthe Posselt
- 244/93 RADONTRANSFORMATIONEN og dens anvendelse
i CT-scanning
Projektrapport
af: Trine Andreasen, Tine Guldager Christiansen,
Nina Skov Hansen og Christine Iversen
Vejledere: Gestur Olafsson og Jesper Larsen
- 245a+b
/93 Time-Of-Flight målinger på krystallinske
halvledere
Specialerapport
af: Linda Szkotak Jensen og Lise Odgaard Gade
Vejledere: Petr Viscor og Niels Boye Olsen
- 246/93 HVERDAGSVIDEN OG MATEMATIK
- LÆREPROCESSER I SKOLEN
af: Lena Lindenskov, Statens Humanistiske
Forskningsråd, RUC, IMPUFA
- 247/93 UNIVERSAL LOW TEMPERATURE AC CON-
DUCTIVITY OF MACROSCOPICALLY
DISORDERED NON-METALS
by: Jeppe C. Dyre
- 248/93 DIRAC OPERATORS AND MANIFOLDS WITH
BOUNDARY
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski
- 249/93 Perspectives on Teichmüller and the
Jahresbericht Addendum to Schappacher,
Scholz, et al.
by: B. Booss-Bavnbek
With comments by W.Abikoff, L.Ahlfors,
J.Cerf, P.J.Davis, W.Fuchs, F.P.Gardiner,
J.Jost, J.-P.Kahane, R.Lohan, L.Lorch,
J.Radkau and T.Söderqvist
- 250/93 EULER OG BOLZANO - MATEMATISK ANALYSE SET I ET
VIDENSKABSTEORETISK PERSPEKTIV
Projektrapport af: Anja Juul, Lone Michelsen,
Tomas Højgård Jensen
Vejleder: Stig Andur Pedersen
- 251/93 Genotypic Proportions in Hybrid Zones
by: Freddy Bugge Christiansen, Viggo Andreasen
and Ebbe Thue Poulsen
- 252/93 MODELLERING AF TILFÆLDIGE FÆNOMENER
Projektrapport af: Birthe Friis, Lisbeth Helmgård,
Kristina Charlotte Jakobsen, Marina Mosbæk
Johannessen, Lotte Ludvigsen, Mette Hass Nielsen
- 253/93 Kuglepakning
Teori og model
af: Lise Arleth, Kåre Fundal, Nils Kruse
Vejleder: Mogens Niss
- 254/93 Regressionsanalyse
Materiale til et statistikkursus
af: Jørgen Larsen
- 255/93 TID & BETINGET UAFHÆNGIGHED
af: Peter Harremoës
- 256/93 Determination of the Frequency Dependent
Bulk Modulus of Liquids Using a Piezo-
electric Spherical Shell (Preprint)
by: T. Christensen and N.B.Olsen
- 257/93 Modellering af dispersion i piezoelektriske
keramikker
af: Pernille Postgaard, Jannik Rasmussen,
Christina Specht, Mikko Østergård
Vejleder: Tage Christensen
- 258/93 Supplerende kursusmateriale til
"Lineære strukturer fra algebra og analyse"
af: Mogens Brun Heefelt
- 259/93 STUDIES OF AC HOPPING CONDUCTION AT LOW
TEMPERATURES
by: Jeppe C. Dyre
- 260/93 PARTITIONED MANIFOLDS AND INVARIANTS IN
DIMENSIONS 2, 3, AND 4
by: B. Booss-Bavnbek, K.P.Wojciechowski

- 261/93 OPGAVESAMLING
Bredde-kursus i Fysik
Eksamensopgaver fra 1976-93
- 262/93 Separability and the Jones
Polynomial
by: Lars Kadison
- 263/93 Supplerende kursusb materiale til
"Lineære strukturer fra algebra
og analyse" II
af: Mogens Brun Heefelt
- 264/93 FOTOVOLTAISK STATUSNOTAT 2
af: Bent Sørensen
-
- 265/94 SPHERICAL FUNCTIONS ON ORDERED
SYMMETRIC SPACES
To Sigurdur Helgason on his
sixtyfifth birthday
by: Jacques Faraut, Joachim Hilgert
and Gestur Olafsson
- 266/94 Kommensurabilitets-oscillationer i
laterale supergitre
Fysikspeciale af: Anja Boisen,
Peter Bøggild, Karen Birkelund
Vejledere: Rafael Taboryski, Poul Erik
Lindelof, Peder Voetmann Christiansen
- 267/94 Kom til kort med matematik på
Eksperimentarium - Et forslag til en
opstilling
af: Charlotte Gjerrild, Jane Hansen
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 268/94 Life is like a sewer ...
Et projekt om modellering af aorta via
en model for strømning i kloakrør
af: Anders Marcussen, Anne C. Nilsson,
Lone Michelsen, Per M. Hansen
Vejleder: Jesper Larsen
- 269/94 Dimensionsanalyse en introduktion
metaprojekt, fysik
af: Tine Guldager Christiansen,
Ken Andersen, Nikolaj Hermann,
Jannik Rasmussen
Vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 270/94 THE IMAGE OF THE ENVELOPING ALGEBRA
AND IRREDUCIBILITY OF INDUCED REPRESENTATIONS OF EXPONENTIAL LIE GROUPS
by: Jacob Jacobsen
- 271/94 Matematikken i Fysikken.
Opdaget eller opfundet
NAT-BAS-projekt
vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 272/94 Tradition og fornyelse
Det praktiske elevarbejde i gymnasiets
fysikundervisning, 1907-1988
af: Kristian Hoppe og Jeppe Guldager
Vejledning: Karin Beyer og Nils Hybel
- 273/94 Model for kort- og mellemdistanceløb
Verifikation af model
af: Lise Fabricius Christensen, Helle Pilemann,
Bettina Sørensen
Vejleder: Mette Olufsen
- 274/94 MODEL 10 - en matematisk model af intravenøse
anæstetikas farmakokinetik
3. modul matematik, forår 1994
af: Trine Andreasen, Bjørn Christensen, Christine
Green, Anja Skjoldborg Hansen, Lisbeth
Helmgaard
Vejledere: Viggo Andreasen & Jesper Larsen
- 275/94 Perspectives on Teichmüller and the Jahresbericht
2nd Edition
by: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 276/94 Dispersionsmodellering
Projektrapport 1. modul
af: Gitte Andersen, Rehanah Borup, Lisbeth Friis,
Per Gregersen, Kristina Vejro
Vejleder: Bernhelm Booss-Bavnbek
- 277/94 PROJEKTARBEJDSPÆDAGOGIK - Om tre tolkninger af
problemorienteret projektarbejde
af: Claus Flensted Behrens, Frederik Voetmann
Christiansen, Jørn Skov Hansen, Thomas
Thingstrup
Vejleder: Jens Højgaard Jensen
- 278/94 The Models Underlying the Anaesthesia
Simulator Sophus
by: Mette Olufsen(Math-Tech), Finn Nielsen
(RISØ National Laboratory), Per Føge Jensen
(Herlev University Hospital), Stig Andur
Pedersen (Roskilde University)
- 279/94 Description of a method of measuring the shear
modulus of supercooled liquids and a comparison
of their thermal and mechanical response
functions.
af: Tage Christensen
- 280/94 A Course in Projective Geometry
by Lars Kadison and Matthias T. Kromann
- 281/94 Modellering af Det Cardiovasculære System med
Neural Puls kontrol
Projektrapport udarbejdet af:
Stefan Frello, Runa Ulsøe Johansen,
Michael Poul Curt Hansen, Klaus Dahl Jensen
Vejleder: Viggo Andreasen
- 282/94 Parallell algoritmer
af: Erwin Dan Nielsen, Jan Danielsen,
Niels Bo Johansen

- 283/94 Grænser for tilfældighed
(en kaotisk talgenerator)
af: Erwin Dan Nielsen og Niels Bo Johansen
- 284/94 Det er ikke til at se det, hvis man ikke
lige ve' det!
Gymnasimatematikens begrundelsesproblem
En specialerapport af Peter Hauge Jensen
og Linda Kyndlev
Vejleder: Mogens Niss
- 285/94 Slow coevolution of a viral pathogen and
its diploid host
by: Viggo Andreasen and
Freddy B. Christiansen
- 286/94 The energy master equation: A low-temperature
approximation to Bässler's random walk model
by: Jeppe C. Dyre
- 287/94 A Statistical Mechanical Approximation for the
Calculation of Time Auto-Correlation Functions
by: Jeppe C. Dyre
- 288/95 PROGRESS IN WIND ENERGY UTILIZATION
by: Bent Sørensen
- 289/95 Universal Time-Dependence of the Mean-Square
Displacement in Extremely Rugged Energy
Landscapes with Equal Minima
by: Jeppe C. Dyre and Jacob Jacobsen
- 290/95 Modellering af uregelmæssige bølger
Et 3.modul matematik projekt
af: Anders Marcussen, Anne Charlotte Nilsson,
Lone Michelsen, Per Mørkegaard Hansen
Vejleder: Jesper Larsen
- 291/95 1st Annual Report from the project
LIFE-CYCLE ANALYSIS OF THE TOTAL DANISH
ENERGY SYSTEM
an example of using methods developed for the
OECD/IEA and the US/EU fuel cycle externality study
by: Bent Sørensen
- 292/95 Fotovoltaisk Statusnotat 3
af: Bent Sørensen
- 293/95 Geometridiskussionen - hvor blev den af?
af: Lotte Ludvigsen & Jens Frandsen
Vejleder: Anders Madsen
- 294/95 Universets udvidelse -
et metaprojekt
Af: Jesper Duelund og Birthe Friis
Vejleder: Ib Lundgaard Rasmussen
- 295/95 A Review of Mathematical Modeling of the
Controlled Cardiovascular System
By: Johnny T. Ottesen
- 296/95 RETIKULÆR den klassiske mekanik
af: Peder Voetmann Christiansen
- 297/95 A fluid-dynamical model of the aorta with
bifurcations
by: Mette Olufsen and Johnny Ottesen
- 298/95 Mordet på Schrödingers kat - et metaprojekt om
to fortolkninger af kvantemekanikken
af: Maria Hermannsson, Sebastian Horst,
Christina Specht
Vejledere: Jeppe Dyre og Peder Voetmann Christiansen
- 299/95 ADAM under figenbladet - et kig på en samfunds-
videnskabelig matematisk model
Et matematisk modelprojekt
af: Claus Dræby, Michael Hansen, Tomas Højgård Jensen
Vejleder: Jørgen Larsen
- 300/95 Scenarios for Greenhouse Warming Mitigation
by: Bent Sørensen
- 301/95 TOK Modellering af træers vækst under påvirkning
af ozon
af: Glenn Møller-Holst, Marina Johannessen, Birthe
Nielsen og Bettina Sørensen
Vejleder: Jesper Larsen
- 302/95 KOMPRESSORER - Analyse af en matematisk model for
aksialkompressor
Projektrapport af: Stine Bøggild, Jakob Hilmer,
Pernille Postgaard
Vejleder: Viggo Andreasen
- 303/95 Masterlignings-modeller af Glasovergangen
Termisk-Mekanisk Relaksation
Specialerapport udarbejdet af:
Johannes K. Nielsen, Klaus Dahl Jensen
Vejledere: Jeppe C. Dyre, Jørgen Larsen
- 304a/95 STATISTIKNOTER Simple binomialfordelingsmodeller
af: Jørgen Larsen
- 304b/95 STATISTIKNOTER Simple normalfordelingsmodeller
af: Jørgen Larsen
- 304c/95 STATISTIKNOTER Simple Poissonfordelingsmodeller
af: Jørgen Larsen
- 304d/95 STATISTIKNOTER Simple multinomialfordelingsmodeller
af: Jørgen Larsen
- 304e/95 STATISTIKNOTER Mindre matematisk-statistisk opslagsværk
indeholdende bl.a. ordforklaringer, resuméer og
tabeller
af: Jørgen Larsen

305/95 The Maslov Index:
A Functional Analytical Definition
And The Spectral Flow Formula

By: B. Booss-Bavnbek, K. Furutani

306/95 Goals of mathematics teaching
Preprint of a chapter for the forth-
coming International Handbook of
Mathematics Education (Alan J. Bishop, ed)
By: Mogens Niss